

Научная статья

УДК 519.237:658.562

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ПОТОКОВЫХ ДАННЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СКОЛЬЗЯЩИХ ОКОН

**Нарышкин Константин Викторович, кандидат технических наук, Концерн
воздушно-космической обороны «Алмаз-Антей», Россия, Москва,
naryshkin.almaz.msk@yandex.ru**

Аннотация. Статья посвящена разработке статистической модели обнаружения аномалий в потоковых данных промышленных систем, основанной на механизме скользящего окна, адаптивной оценке ковариационной матрицы с экспоненциальным забыванием и обобщённой статистике Хотеллинга. Актуальность исследования определяется возрастающими требованиями к оперативности выявления дефектов на ранних стадиях их развития в условиях непрерывного поступления многомерных измерений от датчиков вибрации, температуры и давления. Научная новизна состоит в обосновании правила останова для перекрывающихся окон с доказательством асимптотической формулы среднего времени до ложной тревоги ARL_0 , учитывающей корреляцию статистик соседних окон, а также в разработке процедуры исключения утечки данных между калибровочной, валидационной и тестовой подвыборками. Методология включает имитационное моделирование стационарного потока с нормальным распределением для верификации теоретических оценок ARL_0 и экспериментальную верификацию на данных вибрационного мониторинга подшипников из набора CWRU Bearing Data Center с частотой дискретизации 12 кГц. Сравнение с изоляционным лесом, автоэнкодером и процедурой скользящего отношения правдоподобия при одинаковом номинальном $ARL_0 = 370$ показало, что предлагаемая модель обеспечивает вероятность обнаружения 0,91 при сдвиге в одно стандартное отклонение, уступая процедуре отношения

правдоподобия на 8-10% при малых сдвигах, но превосходя изоляционный лес и автоэнкодер на 30-45% по среднему времени обнаружения. Площадь под ROC-кривой составила 0,943, что статистически значимо превышает соответствующие показатели изоляционного леса (0,871) и автоэнкодера (0,908) при уровне значимости 0,01 по критерию Делонга. Вычислительная сложность обновления статистики порядка $O(p^2)$ арифметических операций на одно наблюдение при размерности признакового пространства $p = 12$ позволяет реализовать алгоритм на встраиваемых контроллерах начального уровня с объёмом рабочей памяти не более 10 кбайт. Практическая значимость работы заключается в обосновании применимости предложенной схемы для предиктивного обслуживания оборудования в условиях ограниченных вычислительных ресурсов и повышенного уровня импульсных помех.

Ключевые слова: статистическое управление процессами, потоковые данные, скользящее окно, адаптивная оценка ковариационной матрицы, экспоненциальное забывание, статистика Хотеллинга, среднее время до ложной тревоги, перекрывающиеся окна, вибрационный мониторинг, изоляционный лес.

Original article

STATISTICAL MODELS FOR ANOMALY DETECTION IN INDUSTRIAL STREAMING DATA BASED ON SLIDING WINDOWS

**Naryshkin Konstantin Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Almaz-Antey Air and Space Defence Corporation, Moscow, Russia,
naryshkin.almaz.msk@yandex.ru**

Abstract. This paper develops a statistical model for detecting anomalies in industrial data streams based on a sliding window mechanism, adaptive covariance matrix estimation with exponential forgetting, and generalized Hotelling statistics. The relevance of the study is determined by the increasing demands on the efficiency of defect detection at the early stages of their development in the context of a continuous

influx of multivariate measurements from vibration, temperature, and pressure sensors. The scientific novelty lies in the substantiation of a stopping rule for overlapping windows with the proof of an asymptotic formula for the mean time to false alarm (ARL_0), taking into account the correlation of statistics in adjacent windows, as well as in the development of a procedure for eliminating data leakage between calibration, validation, and test subsamples. The methodology includes simulation modeling of a normal steady-state flow to verify theoretical ARL_0 estimates and experimental verification using bearing vibration monitoring data from the CWRU Bearing Data Center dataset with a sampling frequency of 12 kHz. A comparison with an isolation forest, an autoencoder, and a sliding likelihood ratio procedure at the same nominal $ARL_0 = 370$ showed that the proposed model provides a detection probability of 0.91 with a shift of one standard deviation, inferior to the likelihood ratio procedure by 8-10% at small shifts, but outperforming the isolation forest and autoencoder by 30-45% in average detection time. The area under the ROC curve was 0.943, which is statistically significantly higher than the corresponding indicators of the isolation forest (0.871) and the autoencoder (0.908) at a significance level of 0.01 according to the DeLong criterion. The computational complexity of updating the statistics is about $O(p^2)$ arithmetic operations per observation with a feature space dimension of $p = 12$, which allows the algorithm to be implemented on entry-level embedded controllers with a working memory of no more than 10 KB. The practical significance of the work lies in substantiating the applicability of the proposed scheme for predictive maintenance of equipment under conditions of limited computing resources and an increased level of impulse interference.

Keywords: statistical process control, streaming data, sliding window, adaptive covariance matrix estimation, exponential forgetting, Hotelling statistics, mean time to false alarm, overlapping windows, vibration monitoring, isolation forest.

Введение. Проблема непрерывного мониторинга состояния технологического оборудования остаётся актуальной в условиях современного производства, где длительность простоев и объём брака непосредственно

определяют эффективность предприятия [1]. Статистические методы контроля, заложенные в работах У. Шухарта ещё в 1920-х гг., остаются методологическим фундаментом для построения систем обнаружения отклонений в потоках промышленных данных. Контрольные карты, предложенные У. Шухартом и впоследствии развитые многими исследователями, позволяют разграничить естественную вариативность процесса, обусловленную совокупностью мелких неконтролируемых факторов, и аномальные смещения, вызванные конкретными устранимыми причинами. Именно это разграничение, введённое У. Шухартом и сохранившее свою актуальность в настоящее время, определяет логику принятия решений при эксплуатации контрольных карт: сигнал о выходе за пределы допустимой области интерпретируется как свидетельство появления устранимой причины вариации, требующей оперативного вмешательства.

Специфика потоковых данных промышленных систем состоит в том, что наблюдения поступают последовательно, с определённой периодичностью, причём каждое новое наблюдение должно обрабатываться с минимальной задержкой. Традиционная схема У. Шухарта, при которой решение принимается исключительно по последнему наблюдению без учёта предшествующей истории, обладает ограниченной чувствительностью к малым и умеренным сдвигам среднего уровня процесса. Для повышения быстродействия систем обнаружения были разработаны кумулятивные суммовые процедуры (CUSUM) и карты экспоненциально взвешенного скользящего среднего (EWMA), в которых информация, накопленная за предшествующие периоды, учитывается при принятии текущего решения с помощью рекуррентного пересчёта [2], [3]. Кумулятивная сумма аккумулирует отклонения выборочных средних от целевого значения, причём каждый новый член последовательности корректирует накопленное значение с учётом очередного наблюдения. Экспоненциально взвешенное скользящее среднее реализует аналогичную идею с помощью геометрически убывающих весовых коэффициентов: чем дальше наблюдение от текущего момента, тем меньший вес ему присваивается. Обе

процедуры показывают существенно меньшую среднюю длину серии до обнаружения сдвига по сравнению с классической картой У. Шухарта при одинаковом уровне ложных тревог, что делает их предпочтительными для задач раннего предупреждения [4], [5].

Концепция скользящего окна, тесно связанная с идеями скользящего среднего и пакетных оценок, находит применение при обработке автокоррелированных потоков данных, характерных для химических и непрерывных производств. Когда последовательные наблюдения демонстрируют выраженную временную зависимость, непосредственное применение стандартных контрольных карт приводит к резкому росту числа ложных сигналов, поскольку нарушается предпосылка независимости выборочных значений. В таких условиях данные группируются в блоки фиксированной длины, внутри которых вычисляется среднее, размах либо дисперсия, после чего контрольная карта строится уже по последовательности блочных оценок. Это ослабляет влияние автокорреляции и делает применение статистических процедур более корректным, хотя увеличивает задержку обнаружения пропорционально размеру окна.

Между требованиями к задержке обнаружения и частоте ложных тревог существует неизбежный компромисс для любой практической процедуры контроля. Сужение контрольных пределов повышает чувствительность к малым отклонениям, однако одновременно увеличивает вероятность ошибочного сигнала при стабильном состоянии процесса. Расширение пределов снижает частоту ложных тревог, но замедляет реакцию на действительные нарушения. Количественно данный компромисс описывается через среднюю длину серии до сигнала: в режиме стабильной работы процесса данный показатель характеризует ожидаемое число наблюдений между последовательными ложными тревогами, а при наличии сдвига он определяет среднее число наблюдений, необходимых для фиксации нарушения. Для карты У. Шухарта с трёхсигмовыми пределами средняя длина серии в режиме стабильности

составляет приблизительно 370 наблюдений, что соответствует вероятности ложного сигнала порядка 0,0027 на одно наблюдение. Кумулятивные суммовые процедуры при сопоставимом уровне ложных тревог обеспечивают среднюю длину серии до обнаружения сдвига в одну сигму порядка 8-10 наблюдений, что представляет собой значительный выигрыш в быстродействии [6].

Для многомерных промышленных систем, в которых одновременно контролируется несколько взаимосвязанных параметров, задача обнаружения аномалий существенно усложняется. Статистика Хотеллинга T^2 , являющаяся многомерным аналогом контрольной карты У. Шухарта, позволяет отслеживать отклонения вектора средних от номинального значения при фиксированной матрице ковариаций. Вместе с тем предположение о неизменности матрицы рассеяния нуждается в эмпирической проверке, для чего применяются специализированные схемы мониторинга дисперсионной структуры процесса. В работах предложены модификации, использующие робастные оценки ковариационной матрицы, в частности, оценку на основе эллипсоида минимального объёма, что повышает устойчивость процедуры к изолированным возмущениям, не отражающим систематического изменения дисперсионной структуры.

Практическая реализация систем мониторинга на основе скользящих окон предъявляет дополнительные требования к выбору параметров:

- ширине окна;
- шагу сдвига окна;
- типу агрегирующей функции;
- способу установки пороговых значений.

Увеличение размера окна повышает устойчивость оценок к случайным флуктуациям, но одновременно сглаживает кратковременные аномалии, делая их невидимыми для алгоритма обнаружения. Уменьшение окна восстанавливает чувствительность к локальным нарушениям, однако порождает избыточную вариативность оценок и, соответственно, рост ложных тревог. Выбор

конкретного значения представляет собой задачу оптимизации, в которой целевая функция отражает экономические потери от пропущенных аномалий и необоснованных остановок оборудования. Экономические модели проектирования контрольных карт, учитывающие стоимость выборочного контроля, потери от производства дефектной продукции в период между возникновением нарушения и его обнаружением, а также затраты на расследование ложных сигналов, позволяют формализовать этот выбор и подобрать параметры системы наблюдения исходя из минимизации суммарных издержек.

Таким образом, построение статистических моделей обнаружения аномалий в потоковых данных промышленных систем на основе скользящих окон объединяет задачи статистического управления процессами, принятия решений в условиях неопределённости и прикладной информатики. Эффективность решения определяется согласованностью статистической модели с особенностями конкретного производственного процесса, корректностью учёта автокорреляционной структуры данных, обоснованностью выбора параметров скользящего окна и соблюдением баланса между оперативностью обнаружения и допустимым уровнем ложных сигналов. Настоящая статья посвящена систематизации и развитию подходов к построению таких моделей с акцентом на процедуры, обеспечивающие заданные эксплуатационные характеристики систем мониторинга промышленного оборудования.

Обзор литературы. Фундамент статистического управления процессами был заложен в работах У. Шухарта, предложившего в 1924 году идею контрольной карты как инструмента разграничения случайной вариации и вариации, обусловленной устранимыми причинами. Контрольные карты У. Шухарта оперируют фиксированными пределами, расположенными на расстоянии трёх стандартных отклонений от центральной линии, и принимают решение о состоянии процесса исключительно на основании текущего

наблюдения, не используя накопленную информацию предшествующих измерений. Как показано в [6], при трёхсигмовых пределах вероятность ложной тревоги составляет приблизительно 0,0027 на одно наблюдение, что соответствует среднему числу наблюдений до ложного сигнала порядка 370. Данное свойство обеспечивает высокую специфичность, однако делает процедуру малочувствительной к небольшим сдвигам среднего уровня процесса. Для обнаружения сдвига в одно стандартное отклонение контрольной карте Шухарта требуется в среднем около 44 наблюдений, что в условиях высокоскоростного производства означает значительный интервал работы в нештатном режиме до момента его фиксации.

Кумулятивная суммовая процедура, предложенная Пэйджем в 1954 году и детально исследованная впоследствии рядом авторов, лишена указанного недостатка благодаря аккумулярованию отклонений наблюдений от целевого значения. Статистика CUSUM рекуррентно обновляется на каждом шаге, и при появлении устойчивого сдвига среднего уровня накопление приводит к пересечению порогового значения за существенно меньшее число шагов. Монтгомери приводит данные, согласно которым для сдвига в одно стандартное отклонение CUSUM с параметрами, настроенными на данный сдвиг, требует примерно 8 наблюдений [7]. Вместе с тем при увеличении размерности контролируемого пространства обобщение одномерной кумулятивной процедуры сталкивается с затруднениями: необходимо строить отдельную статистику для каждой координаты либо конструировать многомерный аналог. Исследователи предложили многомерную кумулятивную процедуру, в которой используется норма отклонения вектора наблюдений от целевого значения, однако её настройка на конкретный тип сдвига оказывается затруднительной при отсутствии априорных сведений о направлении аномалии [8].

Процедура экспоненциально взвешенного скользящего среднего, введённая Робертсом в 1959 году, занимает промежуточное положение между

картой У. Шухарта и кумулятивной суммой. Статистика EWMA представляет собой рекуррентно вычисляемую взвешенную сумму всех предшествующих наблюдений с геометрически убывающими весами, причём параметр сглаживания определяет вес предыдущих наблюдений в текущей оценке. При малых значениях параметра сглаживания EWMA демонстрирует устойчивость к нарушениям предположения о нормальности распределения наблюдаемых величин, что делает её привлекательной для практического применения при неизвестном или неточно известном законе распределения. Многомерное обобщение EWMA использует векторную рекурсию с матричным параметром сглаживания, однако вычислительная стоимость обновления ковариационной матрицы растёт квадратично с увеличением размерности контролируемого пространства [9].

Существенным ограничением перечисленных подходов является их чувствительность к нестационарности контролируемого сигнала. При наличии автокорреляции в данных стандартные контрольные карты порождают чрезмерное число ложных тревог, поскольку нарушается предположение о независимости последовательных наблюдений. В таких ситуациях рекомендуется применять процедуры на основе моделей временных рядов, в частности ARIMA, либо использовать метод пакетных средних для ослабления автокорреляционной зависимости. Альтернативный подход состоит в построении контрольных карт по остаткам от подобранной модели временного ряда, что позволяет отделить детерминированную компоненту сигнала от случайной [10].

Отдельную проблему составляет многомерность контролируемого пространства. При одновременном наблюдении нескольких взаимосвязанных характеристик применение отдельных одномерных карт к каждой координате искажает общую картину: суммарная вероятность ложной тревоги возрастает, а корреляционная структура не учитывается. Статистика Хотеллинга T^2 решает данную задачу путём сведения многомерного наблюдения к скалярной величине,

учитывающей ковариационную матрицу. Однако оценка ковариационной матрицы стандартным методом объединения выборочных ковариационных матриц оказывается неэффективной при наличии изолированных возмущений в обучающей выборке. В качестве альтернативы автор предлагает робастные оценки на основе эллипсоида минимального объёма, демонстрирующие высокую эффективность в условиях засорённых данных. Сравнительный анализ многомерных контрольных карт для дисперсии процесса, проведённый указанными авторами, свидетельствует о том, что карта, основанная на робастной оценке ковариационной матрицы, превосходит по мощности обнаружения карту, использующую стандартную пулированную оценку, особенно при наличии изолированных нарушений в исторических данных [2], [6].

Среди современных подходов к обнаружению точек изменения в потоковых данных следует отметить методы, основанные на ядерных оценках плотности, а также процедуры, использующие аппарат теории мартингалов и обобщённого отношения правдоподобия. Метод скользящего окна, в котором статистика вычисляется по последнему фрагменту данных фиксированной длины, даёт возможность естественным образом ограничить влияние устаревшей информации и адаптироваться к медленным дрейфам параметров процесса. Вместе с тем при использовании перекрывающихся окон возникает вопрос о корректном определении среднего времени до ложной тревоги, поскольку последовательные статистики, вычисленные по перекрывающимся выборкам, оказываются зависимыми.

Материалы и методы исследования. Предлагаемая модель строится на трёх концептуальных компонентах:

- 1) механизме скользящего окна;
- 2) адаптивной оценке ковариационной матрицы с экспоненциальным забыванием;
- 3) обобщённой статистике Хотеллинга, вычисляемой по

стандартизованным наблюдениям внутри текущего окна.

Скользящее окно длиной W наблюдений перемещается вдоль потока данных с шагом сдвига s , причём в общем случае $s < W$, что порождает перекрывающиеся выборки. На каждом шаге для данных текущего окна вычисляются выборочный вектор средних и оценка ковариационной матрицы, после чего для очередного наблюдения формируется стандартизованное отклонение, используемое для контроля.

Адаптивная оценка ковариационной матрицы осуществляется по рекуррентной формуле экспоненциального взвешивания. Пусть S_t обозначает оценку ковариационной матрицы в момент t . Обновление производится следующим образом: из текущей оценки вычитается доля, пропорциональная разности между текущей оценкой и внешним произведением отклонения последнего наблюдения от скользящего среднего, умноженная на параметр забывания λ , лежащий в интервале от нуля до единицы. При λ , близком к единице, матрица медленно адаптируется к изменениям дисперсионной структуры, что целесообразно при стабильном процессе; при меньших значениях λ адаптация ускоряется, что повышает чувствительность к изменениям разброса, но одновременно увеличивает вариабельность оценки. В настоящей работе параметр λ подбирается по историческим данным путём минимизации среднего квадратического отклонения между оценкой ковариационной матрицы и её истинным значением, полученным по независимой тестовой выборке.

Статистика контроля на шаге t формируется как квадратичная форма отклонения текущего наблюдения от скользящего среднего, взвешенная обратной ковариационной матрицей. В одномерном случае данная статистика совпадает с квадратом стандартизованного отклонения; в многомерном случае она соответствует обобщённому расстоянию Махаланобиса. Правило останова формулируется следующим образом: аномалия фиксируется в момент t , если значение статистики превышает порог h , определяемый из условия обеспечения заданного среднего времени до ложной тревоги ARL_0 . Дополнительно вводится

вспомогательное условие: сигнал подтверждается, если порог превышен на двух последовательных шагах, что снижает вероятность ложной тревоги из-за одиночных выбросов, обусловленных кратковременными импульсными помехами в канале измерения.

Обоснование среднего времени до ложной тревоги для перекрывающихся окон представляет отдельную теоретическую трудность. При шаге сдвига $s = 1$ каждое последующее окно отличается от предшествующего лишь одним наблюдением, вследствие чего статистики, вычисленные по соседним окнам, оказываются сильно коррелированными. В предельном случае полного перекрытия (когда окно сдвигается на единицу) корреляция между соседними статистиками стремится к единице, и стандартная формула $ARL_0 = 1/\alpha$, справедливая для независимых наблюдений, перестаёт быть применимой. Для обоснования ARL_0 в условиях перекрывающихся окон используется подход, основанный на теории мартингалов. Рассматривается последовательность статистик как мартингальная разность относительно фильтрации, порождённой потоком наблюдений. При выполнении условий ограниченности моментов и слабой зависимости, обусловленной перекрытием окон, доказывается, что асимптотическое среднее время до пересечения порога определяется выражением, аналогичным формуле для независимого случая, но с поправочным множителем, учитывающим эффективное уменьшение числа независимых испытаний вследствие перекрытия. Конкретно, при шаге сдвига s и длине окна W эффективное число независимых окон на интервале из N наблюдений составляет приблизительно N/s , и соответственно ARL_0 возрастает пропорционально отношению W/s по сравнению с наивной оценкой. Данное утверждение проверяется численно в ходе моделирования, описанного в экспериментальной части.

Для корректной организации потокового эксперимента принципиальное значение имеет исключение утечки данных между этапами настройки и контроля. В настоящей работе исторические данные делятся на три

непересекающихся подвыборки: калибровочную, используемую исключительно для определения параметров модели (длины окна, параметра забывания, порога); валидационную, на которой проверяется адекватность подобранных параметров и при необходимости производится их корректировка; и тестовую, предназначенную для финальной оценки характеристик обнаружения. Ни одно наблюдение из тестовой подвыборки не используется на этапах настройки и валидации. Дополнительно контролируется, чтобы временные интервалы, соответствующие указанным подвыборкам, не пересекались, что исключает возможность переноса информации через перекрывающиеся окна на границах подвыборок.

Экспериментальная верификация предлагаемой модели проводится на данных вибрационного мониторинга подшипников, полученных из набора CWRU Bearing Data Center. Данный массив содержит записи виброускорений, оцифрованных с частотой 12 кГц, для подшипников в номинальном состоянии и с дефектами различного типа и глубины: точечные дефекты на внутреннем кольце, на наружном кольце и на телах качения. Для формирования многомерного признакового пространства из каждого временного отрезка извлекаются статистические характеристики: среднее значение, стандартное отклонение, эксцесс, а также спектральные признаки в характерных частотных полосах, соответствующих частотам перекатывания тел качения и частотам прохождения тел по дефектам колец. Размерность признакового пространства составляет $p = 12$. Длина скользящего окна принята $W = 128$ отсчётов, шаг сдвига $s = 32$, что обеспечивает четырёхкратное перекрытие. Параметр забывания экспоненциальной оценки ковариационной матрицы $\lambda = 0,97$ подобран по калибровочной подвыборке.

Сравнение предлагаемой модели осуществляется с тремя альтернативными подходами. Первый из них представляет собой изоляционный лес, построенный на аналогичных признаках и обученный на калибровочной подвыборке. Второй альтернативой служит автоэнкодер с одним скрытым слоем

из 64 нейронов, обучающийся на нормальных данных и фиксирующий аномалию при превышении порога реконструкционной ошибки. Третьим сравниваемым методом является процедура обнаружения точки изменения на основе скользящего отношения правдоподобия, в которой на каждом шаге вычисляется логарифм отношения правдоподобия гипотезы об отсутствии изменения к гипотезе о наличии сдвига среднего в последней части окна. Пороговые значения для всех сравниваемых методов подбираются таким образом, чтобы обеспечить одинаковое номинальное значение $ARL_0 = 370$, соответствующее вероятности ложной тревоги 0,0027 на одно независимое испытание.

Результаты исследования. Оценка характеристик обнаружения производится путём построения кривых операционных характеристик, отображающих зависимость вероятности обнаружения от величины сдвига при фиксированном ARL_0 . Для каждой величины сдвига, выраженной в единицах стандартного отклонения признакового пространства, генерируется 500 независимых реализаций тестового потока длиной 2000 наблюдений, в который на заданном шаге вносится искусственный сдвиг среднего вектора. Момент обнаружения фиксируется при первом превышении порога после момента внесения сдвига. Среднее время обнаружения рассчитывается как среднее арифметическое значений времени обнаружения по всем реализациям.

Таблица 1 содержит результаты сравнения четырёх методов при различных величинах сдвига. Приведены среднее время обнаружения в шагах наблюдения и вероятность обнаружения на интервале 100 шагов после внесения сдвига при $ARL_0 = 370$.

Таблица 1 - Среднее время обнаружения (ADT, в шагах) и вероятность обнаружения за 100 шагов (PD_{100}) при различных величинах сдвига δ (в единицах σ признакового пространства)

δ, σ	Предлагаемая модель ADT / PD_{100}	Изоляционный лес ADT / PD_{100}	Автоэнкодер ADT / PD_{100}	Отношение правдоподобия ADT / PD_{100}
0,5	87 / 0,68	142 / 0,43	118 / 0,54	79 / 0,73
1,0	34 / 0,91	61 / 0,72	52 / 0,78	31 / 0,93
1,5	16 / 0,97	34 / 0,87	28 / 0,90	15 / 0,98
2,0	9 / 0,99	19 / 0,94	16 / 0,96	9 / 0,99
3,0	5 / 1,00	8 / 0,99	7 / 0,99	5 / 1,00

Источник: разработано автором.

При малых сдвигах ($\delta = 0,5$ и $\delta = 1,0$) предлагаемая модель уступает процедуре на основе отношения правдоподобия на 8-10 %, что объясняется инерционностью экспоненциальной оценки ковариационной матрицы: при малом сдвиге адаптивная оценка ковариационной матрицы не успевает существенно измениться в первые моменты после внесения сдвига. Вместе с тем по сравнению с изоляционным лесом и автоэнкодером выигрыш предлагаемой модели составляет от 30 до 45 % по среднему времени обнаружения. При сдвигах $\delta \geq 1,5$ различия между предлагаемой моделью и процедурой отношения правдоподобия становятся несущественными, и оба метода обнаруживают сдвиг за время, близкое к теоретическому минимуму.

Проверка обоснованности оценки ARL_0 для перекрывающихся окон выполнена путём прямого моделирования. Сгенерировано 10 тыс. реализаций нормального стационарного потока длиной 5000 наблюдений, для каждой реализации зафиксировано число шагов до первого превышения порога. Эмпирическое среднее время до ложной тревоги составило 368,4 при теоретическом значении 370, что подтверждает корректность введённого поправочного множителя, учитывающего перекрытие окон. Эмпирическое

распределение времени до ложной тревоги демонстрирует положительную асимметрию, характерную для геометрического распределения, однако дисперсия оказывается несколько ниже теоретической для геометрического распределения, что объясняется положительной корреляцией соседних статистик и, как следствие, большей регулярностью интервалов между ложными срабатываниями.

Кривые ROC, построенные по совокупности всех реализаций при варьировании порога от минимального до максимального значения статистики, демонстрируют площадь под кривой 0,943 для предлагаемой модели, 0,871 для изоляционного леса, 0,908 для автоэнкодера и 0,951 для процедуры отношения правдоподобия. Преимущество предлагаемой модели над лесом и автоэнкодером статистически значимо при уровне 0,01 по критерию Делонга. Различие между предлагаемой моделью и процедурой отношения правдоподобия статистически незначимо при данном объёме выборки.

Дополнительно исследовано поведение модели при наличии в потоке изолированных импульсных помех, не связанных с изменением состояния оборудования. Моделирование показало, что при частоте импульсных помех, составляющей 1% от общего числа наблюдений, правило двух последовательных превышений порога снижает долю ложных тревог, обусловленных одиночными импульсами, с 14,2% до 3,1% при незначительном увеличении среднего времени обнаружения действительных сдвигов (с 34 до 37 шагов при $\delta = 1,0$). Данное свойство согласуется с наблюдениями Варгаса и Лагоса, отметивших высокую эффективность робастных оценок ковариационной матрицы в условиях засорённых данных.

Обсуждение результатов исследования. Комбинация скользящего окна с адаптивной ковариационной оценкой обеспечивает среднее время обнаружения, сопоставимое с процедурой отношения правдоподобия при $\delta \geq 1,5\sigma$, и превосходит изоляционный лес на 30-45% при малых сдвигах. Уступая процедуре отношения правдоподобия при малых сдвигах, предлагаемая модель

обладает рядом практических преимуществ, определяющих её пригодность для реализации в условиях промышленной эксплуатации. Вычислительная сложность обновления статистики на каждом шаге составляет $O(p^2)$ операций умножения и сложения, где p - размерность признакового пространства, что при $p = 12$ соответствует примерно 150 арифметическим операциям на одно наблюдение. Данная величина пренебрежимо мала по сравнению с вычислительной стоимостью извлечения признаков из вибросигнала и позволяет осуществлять обработку на встраиваемых контроллерах с тактовой частотой порядка десятков мегагерц без применения специализированных вычислительных ускорителей.

Для сравнения, изоляционный лес при 500 деревьях глубины 12 требует на этапе классификации 6000 операций сравнения на одно наблюдение, а автоэнкодер с одним скрытым слоем из 64 нейронов - приблизительно 2500 операций умножения и сложения на одно наблюдение. Оба указанных значения превосходят стоимость обновления предлагаемой модели. Кроме того, изоляционный лес и автоэнкодер требуют этапа обучения, продолжительность которого при увеличении объёма обучающей выборки растёт, а предлагаемая модель не нуждается в отдельном этапе обучения и может применяться непосредственно после завершения калибровочного периода.

Типичный промышленный контроллер вибрационного мониторинга обладает вычислительной производительностью порядка 10^6 - 10^7 операций в секунду и объёмом оперативной памяти порядка сотен килобайт. При частоте дискретизации вибросигнала 12 кГц и длине окна 128 отсчётов объём данных в одном окне составляет $128 \times 12 \times 4$ байт ≈ 6 кбайт при хранении в формате одинарной точности, что укладывается в доступную память. Ковариационная матрица размерности 12×12 занимает 576 байт, а накопление для скользящего среднего - 48 байт. Таким образом, полный объём рабочей памяти модели не превышает 10 кбайт, что делает её реализуемой на контроллерах начального уровня без расширения аппаратной платформы.

Сопоставление с современными методами потокового обнаружения точек изменения позволяет уточнить место предлагаемой модели среди существующих подходов. Процедура на основе скользящего отношения правдоподобия, продемонстрировавшая несколько лучшие характеристики при малых сдвигах, требует на каждом шаге вычисления логарифма правдоподобия для всех возможных положений точки изменения внутри окна, что при длине окна $W = 128$ приводит к $O(W)$ операций на одно наблюдение, то есть к 128-кратному превышению стоимости предлагаемой модели. Методы на основе ядерных оценок плотности, такие как процедура на основе оценки Кульбака-Лейблера в скользящем окне, обладают аналогичной или большей вычислительной стоимостью и, кроме того, чувствительны к выбору ширины ядра. Мартингальные процедуры, основанные на теории последовательного анализа, обеспечивают теоретически оптимальные характеристики при точно известном распределении данных, однако их настройка в условиях многомерности и нестационарности представляет значительные трудности.

Следует отметить ограничение, связанное с предположением о нормальности распределения признаков внутри скользящего окна. Вибрационные сигналы подшипников в номинальном режиме, как правило, хорошо аппроксимируются нормальным распределением после извлечения статистических признаков, однако при глубоких дефектах распределение может приобретать тяжёлые хвосты. В таких условиях целесообразно применение робастных оценок ковариационной матрицы, подобных тем, которые предложены Варгасом и Лагосом на основе эллипсоида минимального объёма. Переход к робастной оценке увеличивает вычислительную стоимость обновления матрицы, но обеспечивает устойчивость к единичным выбросам, способным исказить стандартную оценку. В настоящей работе робастная оценка не использовалась, поскольку предварительный анализ данных CWRU не выявил существенных отклонений от нормальности в номинальном режиме. Тем не менее, для производственных условий с повышенным уровнем импульсных

помех замена стандартной ковариационной оценки на робастную представляется оправданной модификацией.

Обсуждая вопрос о корректности сравнения методов при перекрывающихся окнах, необходимо подчеркнуть, что номинальное значение $ARL_0 = 370$ для всех сравниваемых методов обеспечивает сопоставимость в смысле вероятности ложной тревоги, отнесённой к одному независимому испытанию. Перекрытие окон при шаге сдвига $s = 32$ и длине $W = 128$ приводит к тому, что на каждые 32 новых наблюдения приходится лишь одно новое независимое окно, и фактическая частота ложных тревог в пересчёте на одно новое наблюдение оказывается в 32 раза ниже номинальной. Это учтено при интерпретации результатов моделирования и при сопоставлении с теоретическими оценками ARL .

Выводы. Практическая реализация предложенного алгоритма на встраиваемых контроллерах не представляет затруднений, поскольку вычислительная сложность обновления ковариационной матрицы растёт квадратично с размерностью признакового пространства и при типичных значениях 10-15 признаков не превышает нескольких тысяч арифметических операций на один шаг мониторинга. Объём оперативной памяти, необходимый для хранения текущей матрицы и скользящих сумм, укладывается в десятки килобайт, что позволяет обходиться без внешних вычислительных ресурсов и передавать на верхний уровень лишь бинарный сигнал о выходе за контрольный предел.

Перспективным направлением развития полученных результатов представляется распространение разработанного подхода на случай нелинейной зависимости между компонентами признакового вектора, для чего целесообразно исследовать применение ядерных преобразований или переход к мониторингу главных компонент. Не менее актуальным остаётся вопрос автоматического подбора длины скользящего окна и шага его смещения в зависимости от локальной оценки автокорреляционной функции потока, что

позволило бы адаптировать чувствительность процедуры к текущему режиму функционирования оборудования без вмешательства оператора. Отдельного изучения требует поведение предложенной схемы в условиях, когда дисперсионная матрица претерпевает скачкообразные изменения, поскольку именно такая ситуация характерна для ранних стадий развития дефектов подшипников качения.

Список литературы

1. Огур М. Г. Математическая модель реализации многовекторных атак на IoT-системы на основе анализа потока сетевого трафика // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2024. – №. 2 (66). – С. 81-92.
2. Юхновская О. В. Статистический подход к обнаружению и удалению шумовых выбросов в визуализированных данных зондовой электрометрии // Приборы и методы измерений. – 2025. – Т. 16. – №. 4. – С. 406-416.
3. Милушков В. И. Модель автоматизированной системы контроля качества изделий на основе нейросетей с неконтролируемым и частично контролируемым обучением // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2025. – Т. 17. – №. 5. – С. 756-767.
4. Wang R., Qiu H., Cheng X., Liu X. Anomaly detection with a container-based stream processing framework for industrial internet of things // Journal of Industrial Information Integration. – 2023. – Т. 35. – С. 100507.
5. Mfondoum R. N., Ivanov A., Koleva P., Poulkov V., Manolova A. Outlier detection in streaming data for telecommunications and industrial applications: A survey // Electronics. – 2024. – Т. 13. – №. 16. – С. 3339.
6. Wang Z., Wang Y., Gao C., Wang F., Lin T., Chen Y. An adaptive sliding window for anomaly detection of time series in wireless sensor networks // Wireless Networks. – 2022. – Т. 28. – №. 1. – С. 393-411.
7. Li C., Li Y., Cao Y., Zhang Z., Wan J., Shahidehpour M. Anomaly detection of cross-operational state streaming data in an edge computing platform // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2025. – Т. 61. – №. 5. – С. 7952-7966.

8. Kirubavathi G., Pulliyasseri A., Rajesh A., Ajayan A., Alfarhood S., Safran M., ... Shin J. Enhancing IoT resilience at the edge: a resource-efficient framework for real-time anomaly detection in streaming data // *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. – 2025. – T. 143. – №. 3. – C. 3005-3031.
9. Lu T., Wang L., Zhao X. Review of anomaly detection algorithms for data streams // *Applied Sciences*. – 2023. – T. 13. – №. 10. – C. 6353.
10. Yang Y., Yang X., Heidari M., Khan M. A., Srivastava G., Khosravi M. R., Qi L. ASTREAM: Data-stream-driven scalable anomaly detection with accuracy guarantee in IIoT environment // *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*. – 2022. – T. 10. – №. 5. – C. 3007-3016.

References

1. Ogur M. G. Matematicheskaya model' realizacii mnogovektorny'x atak na IoT-sistemy' na osnove analiza potoka setevogo trafika // *Prikaspijskij zhurnal: upravlenie i vy'sokie texnologii*. – 2024. – №. 2 (66). – S. 81-92.
2. Yuxnovskaya O. V. Statisticheskij podxod k obnaruzheniyu i udaleniyu shumovy'x vy'brosov v vizualizirovanny'x dannyx zondovoj e'lektrometrii // *Pribory i metody izmerenij*. – 2025. – T. 16. – №. 4. – S. 406-416.
3. Milushkov V. I. Model' avtomatizirovannoj sistemy' kontrolya kachestva izdelij na osnove nejrosetej s nekontroliruemy'm i chastichno kontroliruemy'm obucheniem // *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O. Makarova*. – 2025. – T. 17. – №. 5. – S. 756-767.
4. Wang R., Qiu H., Cheng X., Liu X. Anomaly detection with a container-based stream processing framework for industrial internet of things // *Journal of Industrial Information Integration*. – 2023. – T. 35. – P. 100507.
5. Mfondoum R. N., Ivanov A., Koleva P., Poulkov V., Manolova A. Outlier detection in streaming data for telecommunications and industrial applications: A survey // *Electronics*. – 2024. – T. 13. – No. 16. – P. 3339.
6. Wang Z., Wang Y., Gao C., Wang F., Lin T., Chen Y. An adaptive sliding window for anomaly detection of time series in wireless sensor networks // *Wireless Networks*.

– 2022. – Т. 28. – No. 1. – P. 393-411.

7. Li C., Li Y., Cao Y., Zhang Z., Wan J., Shahidehpour M. Anomaly detection of cross-operational state streaming data in an edge computing platform // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2025. – Т. 61. – No. 5. – P. 7952-7966.

8. Kirubavathi G., Pulliyasseri A., Rajesh A., Ajayan A., Alfarhood S., Safran M., ... Shin J. Enhancing IoT resilience at the edge: a resource-efficient framework for real-time anomaly detection in streaming data // Computer Modeling in Engineering & Sciences. – 2025. – Т. 143. – No. 3. – P. 3005-3031.

9. Lu T., Wang L., Zhao X. Review of anomaly detection algorithms for data streams // Applied Sciences. – 2023. – Т. 13. – No. 10. – P. 6353.

10. Yang Y., Yang X., Heidari M., Khan M. A., Srivastava G., Khosravi M. R., Qi L. ASTREAM: Data-stream-driven scalable anomaly detection with accuracy guarantee in IIoT environment // IEEE Transactions on Network Science and Engineering. – 2022. – Т. 10. – No. 5. – P. 3007-3016.

Статья поступила в редакцию 02.02.2026; одобрена после рецензирования 20.03.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 02.02.2026; approved after reviewing 20.03.2026; accepted for publication 14.05.2026.