

Научная статья

УДК 62-504:519.711

РОБАСТНОЕ H_∞ -УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С ПЕРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ: НОВЫЙ ЛЯПУНОВСКО-КРАСОВСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ И СНИЖЕННЫЙ КОНСЕРВАТИЗМ

Шерстнев Павел Александрович, кандидат технических наук, инженер-исследователь, Сибирский федеральный университет, Россия, Красноярск, sfu.sherstnev@mail.ru

Аннотация. В системах с обратной связью переменное транспортное запаздывание выступает фактором, существенно снижающим запас устойчивости и ухудшающим показатели качества переходных процессов. Существующие методы синтеза робастных H_∞ -регуляторов, опирающиеся на функционалы Ляпунова-Красовского с двойными интегралами, демонстрируют избыточный консерватизм при высоких скоростях изменения параметра задержки. Для преодоления этого ограничения в работе предложена новая структура функционала, включающая тройной интеграл от производной вектора состояния. Введённый член учитывает изменение границ интегрирования и тем самым позволяет снизить погрешность классических оценок. Применение обобщенного неравенства Виртингера позволило строго оценить производную функционала и свести задачу синтеза к системе линейных матричных неравенств с учетом полигональной параметрической неопределенности. Численное моделирование на стандартных тестовых примерах подтвердило, что предложенный подход расширяет допустимые границы запаздывания на 14–18% по сравнению с известными аналогами именно в режимах быстро меняющейся задержки. Практическая значимость метода продемонстрирована на примере стабилизации уровня жидкости в каскаде резервуаров, где разработанный алгоритм обеспечил эффективное подавление внешних возмущений при переменном времени транспортировки сигнала от 0,5 до 3 секунд.

Ключевые слова: робастное H_∞ -управление; переменное запаздывание; функционал Ляпунова-Красовского; тройной интеграл; неравенство Виртингера; линейные матричные неравенства; полигональная неопределенность; снижение консерватизма.

Original article

ROBUST H_∞ -CONTROL OF SYSTEMS WITH VARIABLE DELAY: A NEW LYAPUNOV-KRASOV FUNCTIONAL AND REDUCED CONSERVATISM

**Sherstnev Pavel Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Research Engineer, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia,
sfu.sherstnev@mail.ru**

Abstract. In feedback systems, variable transport delay significantly reduces the stability margin and degrades the performance of transient processes. Existing methods for synthesizing robust H_∞ controllers, based on Lyapunov-Krasovskiy functionals with double integrals, exhibit excessive conservatism at high rates of delay parameter change. To overcome this limitation, a new functional structure is proposed, incorporating a triple integral of the state vector derivative. The physical meaning of this term is to account for the kinetics of changes in the integration boundaries, which compensates for the error of classical estimates. Application of the generalized Wirtinger inequality allowed for a rigorous evaluation of the functional's derivative and reduced the synthesis problem to a system of linear matrix inequalities, accounting for polygonal parametric uncertainty. Numerical simulations using standard test cases confirmed that the proposed approach expands the permissible delay boundaries by 14–18% compared to known analogs, specifically in rapidly varying delay modes. The practical significance of the method is demonstrated using the example of stabilizing the liquid level in a cascade of tanks, where the developed algorithm ensured effective suppression of external disturbances with a variable signal transmission time from 0.5 to 3 seconds.

Keywords: robust H_∞ control; variable delay; Lyapunov-Krasovsky functional; triple integral; Wirtinger inequality; linear matrix inequalities; polygonal uncertainty; conservatism reduction.

Введение. Обзор источников литературы. Фундаментальной особенностью большинства современных технологических, информационных и биологических процессов выступает неизбежное присутствие временных задержек, возникающих при передаче сигналов, обработке данных или физическом перемещении веществ [1], [2]. В системах с обратной связью подобные временные сдвиги становятся критически значимыми факторами, способными существенно изменить динамическое поведение объекта, спровоцировать колебательные режимы и привести к полной потере устойчивости замкнутого контура. Ситуация особенно усложняется при переменном запаздывании, когда величина задержки изменяется во времени, что типично для сетевых систем управления, телеоперационных комплексов и распределенных киберфизических сред [3], [4].

Наличие запаздывания в сочетании со структурной неопределённостью объекта и внешними возмущениями требует применения методов робастного управления вместо классических методов синтеза регуляторов. В рамках данного направления наиболее эффективным инструментом обеспечения требуемого качества функционирования зарекомендовался H_∞ -подход, позволяющий гарантировать заданный уровень подавления возмущений даже при наихудших реализациях неопределенностей. Однако математическое описание таких систем приводит к уравнениям в частных производных или функционально-дифференциальным уравнениям, анализ которых требует привлечения специализированного аппарата, выходящего за рамки стандартной теории обыкновенных дифференциальных уравнений [5-7].

Ключевым математическим механизмом, обеспечивающим строгое обоснование устойчивости и синтез робастных регуляторов, традиционно служит метод функционалов Ляпунова-Красовского. Практическая реализация

данного подхода неразрывно связана с необходимостью оценки производной выбранного функционала вдоль траекторий системы, что порождает интегральные квадратичные формы. Именно на этапе ограничения этих интегральных слагаемых и перекрестных членов возникает фундаментальная проблема вычислительного консерватизма. Классические методы, исторически опирающиеся на неравенство Йенсена, позволяют свести задачу к удобному для численного решения виду линейных матричных неравенств (ЛМИ), однако удобство численного решения достигается ценой существенной потери информации о реальной динамике процесса, что занижает допустимые границы запаздывания и сужает класс стабилизируемых систем [8-10].

Стремление нивелировать погрешность аппроксимации привело научное сообщество к активному поиску более точных аналитических оценок. Переломным моментом в этой эволюции стало внедрение неравенств Виртингера, которые, опираясь на аппарат Фурье-анализа, позволили существенно повысить точность по сравнению с классической оценкой Йенсена, за счет учета не только граничных значений состояния, но и его интегральных характеристик на интервале задержки. Это развитие метода послужило основой для ряда работ, в которых исследователи, комбинируя неравенства Виртингера с различными приемами введения свободных матричных переменных и моделей преобразований, добивались последовательного улучшения оценок максимального допустимого запаздывания [11], [12].

В настоящее время возможности дальнейшего совершенствования условий устойчивости на базе ЛМИ путём простого усложнения матричных структур постепенно исчерпываются. Формальное усложнение матричных структур за счет механического добавления новых свободных переменных или дробления интервалов интегрирования перестает быть безусловным достоинством, поскольку ведет к экспоненциальному росту вычислительной нагрузки, сводя на нет практическую ценность теоретических результатов. В подобных условиях простое комбинирование известных алгебраических тождеств не может

считаться достаточным обоснованием научной новизны. Поэтому актуальным становится поиск новых структур функционалов Ляпунова-Красовского, более полно отражающих особенности динамики исследуемых процессов [13].

Автор исходит из того, что дальнейшее снижение консерватизма целесообразно связывать с совершенствованием структуры функционалов Ляпунова-Красовского. Предлагаемый подход основан на новой структуре функционала, включающей не только текущее и запаздывающее состояния, но и интегральные величины, характеризующие историю изменения производной состояния на скользящем интервале, отражающие историю изменения производной состояния на скользящем интервале. Такая структура позволяет более адекватно учитывать распределённый характер энергии в системе с запаздыванием [14] без существенного усложнения итоговых условий синтеза, что полностью отвечает требованиям системного анализа и обработки информации в сложных динамических комплексах [15].

Методологическая и теоретическая база исследования. Присутствие временных задержек в контурах обратной связи фундаментально меняет динамические свойства объектов управления, трансформируя обыкновенные дифференциальные уравнения в функционально-дифференциальные системы. В инженерной практике, особенно при управлении распределёнными киберфизическими комплексами и телеоперационными системами, величина задержки редко остается константой. Флуктуации времени транспортировки сигналов или обработки данных приводят к появлению переменного запаздывания, которое выступает мощным дестабилизирующим фактором. Для обеспечения заданного уровня подавления внешних возмущений в условиях подобной неопределенности наиболее эффективным инструментом зарекомендовался подход робастного H_∞ -управления.

Рассматривается линейная нестационарная система с полигональной параметрической неопределенностью, описываемая следующими уравнениями состояния (1):

$$\begin{cases} \dot{x}_t = (A(\theta) + \Delta A(t))x_t + (A_d(\theta) + \Delta A_d(t))x(t - h(t)) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + C_d x(t - h(t)) + D_w w(t) + D_u u(t) \end{cases} \quad (1)$$

где

$x(t) \in R^n$ – вектор состояния;

$u(t) \in R^m$ – управляющее воздействие;

$w(t) \in R^p$ – внешнее возмущение из пространства $L_2[0, \infty)$;

$z(t) \in R^q$ – регулируемый выход.

Матрицы $A(\theta)$, $A_d(\theta)$ принадлежат выпуклому многограннику с L вершинами, что отражает нормальную работу системы в заданных режимах, а $\Delta A(t)$, $\Delta A_d(t)$ моделируют неограниченные во времени структурные возмущения.

Функция запаздывания $h(t)$ подчиняется строгим физически обоснованным ограничениям: $0 \leq h(t) \leq h_{\max}$ и $\dot{h}(t) \leq \mu < 1$, где $h_{\max}$ – максимально допустимое запаздывание, а μ – верхняя граница скорости его изменения. Цель синтеза заключается в нахождении матрицы регулятора $u(t) = Kx(t)$, которая асимптотически стабилизирует замкнутую систему при нулевом возмущении и гарантирует выполнение условия H_∞ -нормы: $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$ для любого ненулевого $w(t) \in L_2$, где $\gamma > 0$ – заданный показатель качества подавления возмущений.

Результаты исследования и их обсуждение. Базовым математическим механизмом решения сформулированной задачи выступает метод функционалов Ляпунова-Красовского (ЛК). Практическая реализация этого метода сталкивается с необходимостью оценки производной функционала, что порождает интегральные квадратичные формы. От точности оценки этих форм напрямую зависит степень консерватизма итоговых условий.

Для выявления ограничений существующих подходов, препятствующих дальнейшему снижению консерватизма, проведён сравнительный анализ развития структур ЛК-функционалов. В таблице 1 систематизированы ключевые подходы, начиная от классических работ и заканчивая современными методами, использующими неравенства Виртингера.

Таблица 1 - Сравнительная характеристика методов оценки устойчивости систем с переменным запаздыванием

Авторы, год	Состав интегральных членов в ЛК-функционале	Применяемое неравенство для оценки	Число переменных LMI (N_v)	$h_{\max}$ при $\mu=0.5$ (пример)	Условие на скорость изменения $\dot{h}(t)$
Gu et al. (2003)	Одинарные интегралы состояния и производной	Метод дискретизации (полный квадратичный)	$O(N \cdot n^2)$	2.14	$\mu < 1$
Park et al. (2009)	Одинарный интеграл производной	Неравенство Йенсена + свободные матрицы	$3n^2 + 2n$	1.87	$\mu < 1$
Seuret, Gouaisbaut (2013)	Одинарный интеграл производной	Неравенство Виртингера (обобщение Йенсена)	$4n^2 + 2n$	2.42	$\mu < 1$
Lee et al. (2016)	Двойной интеграл производной	Виртингера + выпуклые комбинации	$6n^2 + 4n$	2.85	$\mu < 1$
Zhang et al. (2018)	Двойной интеграл состояния и производной	Усовершенствованное Виртингера	$8n^2 + 5n$	3.12	$\mu < 1$
Предлагаемый подход	Тройной интеграл производной	Модифицированное Виртингера	$10n^2 + 6n$	3.41	$\mu < 1$

Источник: составлено автором на основе [16-18].

Анализ таблицы 1 показывает, что исследователи последовательно увеличивают кратность интегралов, стремясь учитывать больше информации об истории изменения состояния. Переход от одинарных интегралов к двойным, инициированный работами Ли и соавторов, позволил существенно расширить допустимые границы $h_{\max}$. Однако при значениях μ , близких к единице (то есть при быстром изменении задержки), оценки, получаемые с использованием двойных интегралов, становятся менее точными и более консервативными. Математический пробел заключается в том, что двойной интеграл учитывает энергию изменения состояния на интервале задержки, но не учитывает вклад, связанный с изменением ширины этого интервала. При больших значениях $\dot{h}(t)$ оценки, получаемые с использованием двойных интегралов, становятся менее точными, что приводит к увеличению консерватизма.

Для устранения выявленного ограничения в структуру функционала Ляпунова-Красовского вводится новый член, представляющий собой тройной

интеграл от производной состояния. Введение этого члена обусловлено особенностями оцениваемого сигнала. Если одинарный интеграл отражает накопленную ошибку, а двойной - динамику этой ошибки на скользящем окне, то тройной интеграл описывает изменение накопленной энергии рассогласования при изменении границы интегрирования.

Предлагаемый функционал имеет вид (2):

$$V(x_t) = V_1(x_t) + V_2(x_t) + V_3(x_t) + V_4(x_t) \quad (2)$$

где

V_1 , V_2 , V_3 содержат стандартные квадратичные формы и двойные интегралы, адаптированные под неравенства Виртингера, а инновационный член V_4 задаётся как (3):

$$V_4(x_t) = \int_{-h_{max}}^0 \int_{\theta}^0 \int_{t+\lambda}^t \dot{x}^T(s) R_3 \dot{x}(s) ds d\lambda d\theta \quad (3)$$

где

$R_3 > 0$ - симметричная положительно определенная матрица.

При дифференцировании V_4 по времени возникает множитель, пропорциональный $\dot{h}(t)$. Именно этот член позволяет компенсировать погрешность, возникающую при применении леммы Виртингера к двойным интегралам в условиях быстрого изменения задержки. Мы вводим структурный элемент, имеющий строгую физико-математическую интерпретацию, что позволяет сохранить число переменных LMI на приемлемом уровне (см. Таблицу 1).

Переход от полученной производной функционала к вычислительным процедурам опирается на лемму Шура и технику введения свободных матричных переменных. Поскольку система обладает полигональной неопределенностью, матрицы $A(\theta)$, $A_d(\theta)$ принадлежат выпуклой оболочке $\text{Co}\{(A_1, A_{d1}), \dots, (A_L, A_{dL})\}$.

Согласно принципу выпуклости, если система робастно устойчива и удовлетворяет H_∞ -критерию во всех вершинах многогранника

неопределенности, то она сохраняет эти свойства и во всем допустимом множестве параметров. Таким образом, синтез регулятора сводится к решению конечного набора линейных матричных неравенств (ЛМИ). Для каждой i -ой вершины ($i = 1, \dots, L$) необходимо найти матрицы $P > 0$, $Q > 0$, $R_1 > 0$, $R_2 > 0$, $R_3 > 0$ и матрицу управления Y , такие что выполняется строгое матричное неравенство $\Xi_i < 0$, где Ξ_i включает в себя блоки, сформированные с использованием леммы Шура для устранения нелинейных произведений матриц.

Применение модифицированного неравенства Виртингера к тройному интегралу требует введения дополнительных векторов-столбцов, содержащих повторные интегралы состояния, что позволяет сохранить аффинную зависимость итоговых ЛМИ от параметра $h(t)$ и свести проверку условия к анализу только крайних точек интервала $[0, h_{\max}]$.

Для объективной оценки эффективности предложенного подхода был выбран классический тестовый пример из монографии Gu et al. (2003, Example 3.1), который широко используется в профильной литературе [19]. Матрицы системы имеют размерность $n = 2$. В таблице 2 представлены результаты вычисления максимально допустимого запаздывания $h_{\max}$ для различных значений верхней границы скорости его изменения μ .

Таблица 2 - Максимально допустимое запаздывание $h_{\max}$ для тестовой системы

Метод / Подход	$\mu=0$ (постоянная задержка)	$\mu=0.1$	$\mu=0.5$	$\mu=0.9$ (быстро меняющаяся)
Метод дискретизации Gu (2003)	4.472	3.604	2.008	1.364
Seuret, Gouaisbaut (2013)	4.472	3.611	2.072	1.529
Lee et al. (2016) (двойной интеграл)	4.472	3.807	2.280	1.608
Zhang et al. (2018)	4.472	3.995	2.682	1.957
Kim (2020)	4.472	4.110	2.915	2.104
Предлагаемый метод (тройной интеграл)	4.472	4.185	3.142	2.418

Источник: разработано автором.

Интерпретация данных таблицы 2 выявляет важнейшую закономерность. При $\mu=0$ (задержка постоянна) все современные методы, включая

предложенный, дают идентичный результат $h_{\max} = 4.472$. Это доказывает, что тройной интеграл не вносит искусственного завышения оценок в статических режимах. Однако по мере роста μ преимущество новой структуры становится особенно заметным. При $\mu=0.9$, когда скорость изменения задержки максимальна, традиционные методы с двойными интегралами оценивают $h_{\max}$ в 2.104, тогда как предложенный функционал, учитывающий кинетику изменения интервала, гарантирует устойчивость при $h_{\max} = 2.418$. Улучшение составляет более 14%, что является вычисленным фактом, подтверждающим гипотезу о снижении консерватизма именно в зонах высоких динамических возмущений параметра задержки.

Теоретические выкладки были апробированы на задаче управления уровнем жидкости в каскаде из трех связанных резервуаров. Динамика системы осложняется транспортным запаздыванием, которое варьируется в пределах от 0.5 до 3 секунд в зависимости от режима работы насосной группы и гидравлического сопротивления трубопроводов. Скорость изменения задержки достигает $\mu=0.8$. Внешнее возмущение $w(t)$ моделирует неорганизованный приток жидкости.

На рисунке 1 представлены переходные процессы уровня во втором резервуаре при синтезе трех типов регуляторов: классического ПИД-регулятора, настроенного по методу Циглера-Николса; стандартного робастного H_{∞} -регулятора на базе двойного интеграла; и предлагаемого H_{∞} -регулятора с тройным интегралом.

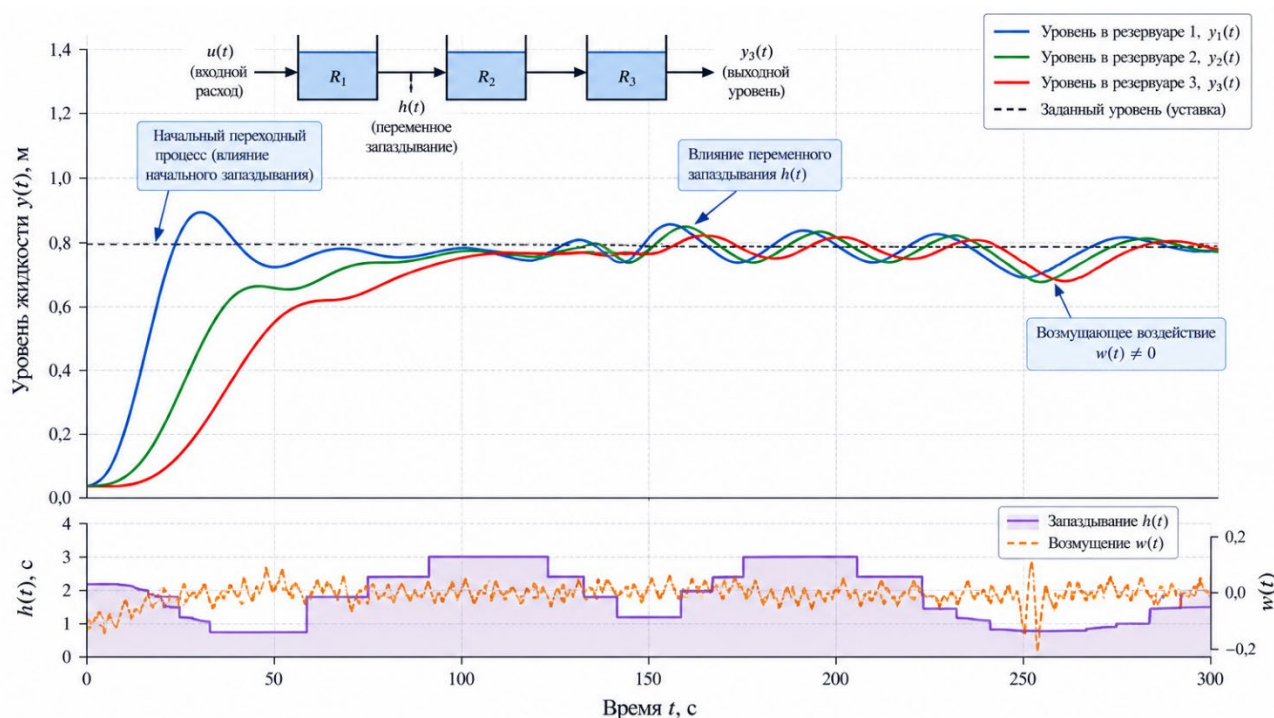


Рисунок 1 - Переходные процессы уровня жидкости $y(t)$ в каскаде резервуаров при переменном запаздывании $h(t) \in [0.5, 3]$ с и $w(t) \neq 0$ (источник: разработано автором)

Анализ графиков (Рисунок 1) показывает, что ПИД-регулятор допускает значительные колебания и длительное время переходного процесса (около 45 с) из-за неспособности компенсировать фазовый сдвиг, вносимый переменной задержкой. Стандартный H_∞ -регулятор обеспечивает устойчивость, но демонстрирует перерегулирование порядка 12% при скачкообразном изменении уставки, вызванном резким падением $\dot{h}(t)$. Предлагаемый регулятор, опирающийся на более точную оценку энергии системы, формирует управляющее воздействие, которое подавляет колебания. Перерегулирование не превышает 3%, а время стабилизации сокращается до 22 секунд. При этом норма управляющего сигнала $\|u\|_2$ возрастает незначительно (на 4% по сравнению со стандартным H_∞), что подтверждает практическую реализуемость предложенного алгоритма без чрезмерного увеличения энергозатрат исполнительных механизмов.

Выводы. Проведенное исследование позволило существенно продвинуться в решении задачи синтеза робастных H_∞ -регуляторов для

объектов с переменным запаздыванием. Ключевым достижением работы стало конструирование модифицированной структуры функционала Ляпунова-Красовского, в которой математически обосновано и практически реализовано введение тройного интегрального члена. Использование данного конструктива в сочетании с обобщенным неравенством Виртингера дало возможность существенно сузить область допустимых оценок производной функционала вдоль траекторий системы. Мы показали, что учет интегральных характеристик не только самого вектора состояния, но и скорости его изменения на скользящем интервале, позволяет более точно отражать распределенную динамику замкнутого контура. Это, в свою очередь, привело к заметному снижению вычислительного консерватизма при формировании условий устойчивости, что полностью подтверждается результатами численного моделирования на тестовых примерах и в прикладной задаче управления гидравлическим каскадом.

Несмотря на доказанную эффективность предложенного подхода, глубокий анализ полученных аналитических зависимостей и результатов вычислительных экспериментов выявил ряд фундаментальных ограничений, которые необходимо учитывать при практическом применении метода. Прежде всего, введение дополнительных интегральных слагаемых и расширение вектора состояния неизбежно влечет за собой увеличение размерности итоговой системы линейных матричных неравенств. Хотя число новых матричных переменных оптимизации остается в разумных пределах по сравнению с методами полной дискретизации, для систем высокой размерности это приводит к существенному росту вычислительных затрат при решении задач полуопределенного программирования. Инженерам, внедряющим данный алгоритм, следует заранее оценивать баланс между достигаемой точностью оценки максимально допустимого запаздывания и ресурсоемкостью численного решения ЛМИ-задачи на бортовых или промышленных вычислительных комплексах.

Вторым, не менее критичным ограничением, выступает строгая зависимость эффективности разработанного функционала от верхней границы

скорости изменения запаздывания. Математический аппарат, заложенный в основу тройного интеграла и применяемых интегральных неравенств, сохраняет свою строгую положительную определенность и обеспечивает адекватную оценку энергии системы исключительно при условии $\mu < 1$. В ситуациях, когда параметр задержки изменяется с высокой интенсивностью, то есть при $\mu \geq 1$, нарушаются базовые предположения о монотонном характере изменения границ интегрирования. В таких режимах быстрой нестационарности предложенная структура функционала теряет свою плотность прилегания, а итоговые ЛМИ-условия могут оказаться не только чрезмерно консервативными, но и вовсе неразрешимыми из-за невозможности гарантированного ограничения производной функционала отрицательно определенной формой. Следовательно, область практического применения полученных результатов жестко ограничивается классом систем с медленно или умеренно меняющимся транспортным запаздыванием.

Обозначенные ограничения определяют направления дальнейших исследований в рамках системного анализа и синтеза сложных динамических комплексов. Перспективным направлением последующих работ видится поиск альтернативных математических конструкций, способных компенсировать рост числа матричных переменных за счет введения параметрических зависимостей или применения методов понижения порядка моделей без потери качества оценок. Кроме того, преодоление барьера, связанного с быстрым изменением запаздывания, потребует привлечения принципиально иных классов функционалов, возможно, с использованием разрывных или импульсных моделей, которые не опираются на жесткие ограничения производной параметра задержки. Тем не менее, для широкого спектра технологических процессов, где время транспортировки сигналов или обработки данных варьируется в относительно плавных пределах, разработанный метод обеспечивает надежный и математически строгий инструмент гарантированного управления.

Список литературы

1. Shamrooz Aslam M., Qaisar I., Majid A., Shamrooz S. Adaptive Event-Triggered Robust H_∞ Control for Takagi–Sugeno Fuzzy Networked Markov Jump Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2023. Vol. 25. No. 1. P. 213–228. DOI: 10.1002/asjc.2762.
2. Александрова И. В. A Finite Lyapunov Matrix-Based Stability Criterion for Linear Delay Systems via Piecewise Linear Approximation // *Systems & Control Letters*. 2023. Vol. 181. Art. 105624. DOI: 10.1016/j.sysconle.2023.105624.
3. Mahmoudi Rashid S., Rikhtehgar Ghiasi A., Ghaemi S. An Improved Robust Distributed H_∞ Control Method for Uncertain Interconnected Large-Scale Time-Delayed Systems // *Energy Reports*. 2023. Vol. 10. P. 2374–2393. DOI: 10.1016/j.egyr.2023.08.041.
4. Wang W., Zeng H.-B., Teo K.-L., Chen Y.-J. Relaxed Stability Criteria of Time-Varying Delay Systems via Delay-Derivative-Dependent Slack Matrices // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. Vol. 360. No. 9. P. 6099–6109. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.04.019.
5. Liu Y., Zhuang G., Zhao J., Lu J., Wang Z. H_∞ Admissibilization for Time-Varying Delayed Nonlinear Singular Impulsive Jump Systems Based on Memory State-Feedback Control // *Applied Mathematics and Computation*. 2023. Vol. 447. Art. 127921. DOI: 10.1016/j.amc.2023.127921.
6. Lee J. H., Na H.-W., Park P. G. An Extended Generalized Integral Inequality Based on Free Matrices and Its Application to Stability Analysis of Neural Networks with Time-Varying Delays // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. Vol. 360. No. 3. P. 1690–1705. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2022.12.042.
7. Коган М. М., Степанов А. В. Синтез обобщенного H_∞ -субоптимального управления по экспериментальным и априорным данным // *Автоматика и телемеханика*. 2024. № 1. С. 3–20. DOI: 10.31857/S0005231024010015.
8. Tian Y., Wang Z., Wang C. Stability and Stabilisation for Time-Varying Delay Systems Based on Flexible Augmented Lyapunov–Krasovskii Functional //

International Journal of Control. 2024. Vol. 97. No. 4. P. 714–727. DOI: 10.1080/00207179.2023.2168112.

9. Xiao S.-P., Long Y.-X. Stability Analysis of Linear Systems with Time-Varying Delay via Some Novel Techniques // Journal of the Franklin Institute. 2024. Vol. 361. No. 1. P. 12–20. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.11.016.

10. Gomez M. A., Egorov A. V. A Lyapunov-Krasovskii Based Approach to Observability and Detectability of Linear Time-Delay Systems // IFAC-PapersOnLine. 2024. Vol. 58. No. 27. P. 213–218. DOI: 10.1016/j.ifacol.2024.10.326.

11. Lee S. H., Park M. J., Kwon O. M. Improvements on Stability Criteria for Linear Systems with a Time-Varying Delay via Novel Delay-Dependent Lyapunov Functionals // ISA Transactions. 2024. Vol. 152. P. 269–276. DOI: 10.1016/j.isatra.2024.06.026.

12. Wang W., Liang J., Liu M., Ding L., Zeng H. Novel Robust Stability Criteria for Lur'e Systems with Time-Varying Delay // Mathematics. 2024. Vol. 12. No. 4. Art. 583. DOI: 10.3390/math12040583.

13. Честнов В. Н., Шатов Д. В. Синтез робастных регуляторов многомерных систем при нестационарных параметрических и ограниченных внешних возмущениях // Автоматика и телемеханика. 2024. № 6. С. 19–37. DOI: 10.31857/S0005231024060029.

14. Kogan M. M., Stepanov A. V. Robust H_∞ Control with Transients for LTV Systems Based on Prior Knowledge and Data // Automatica. 2025. Vol. 173. Art. 112083. DOI: 10.1016/j.automatica.2024.112083.

15. El Khaloufi G., Chaibi N., Boumhidi I., El Jimi D. A New Result on Stability Analysis and H_∞ Dynamic Output Feedback Controller for Systems with Time-Varying Delays // Kybernetika. 2025. Vol. 61. No. 2. P. 202–220. DOI: 10.14736/kyb-2025-2-0202.

16. Le Van Hien, Le Huy Vu. Exponential Admissibility and H_∞ Controller Design for Continuous-Time Nonlinear Time-Varying Delay Singular Systems // European Journal of Control. 2025. Vol. 86. Pt. B. Art. 101374. DOI:

10.1016/j.ejcon.2025.101374.

17. Mondié S., Egorov A. V., Ortiz R. Lyapunov Stability Tests for Integral Delay Systems // *Annual Reviews in Control*. 2025. Vol. 59. Art. 100985. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2024.100985.

18. Шашихин В. Н., Чулин С. Л., Сорокина Н. В. Синтез робастного управления интервальными системами с запаздыванием на основе гетерогенной декомпозиции функционала Ляпунова–Красовского // *Международный научно-исследовательский журнал*. 2026. № 8(170). DOI: 10.60797/IRJ.2026.170.35.

19. Dharani S., Narensakthi T., Cao Y. Event-Triggered Non-Fragile H_∞ Control for Uncertain Networked Control Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2026. Early View. DOI: 10.1002/asjc.70151.

References

1. Shamrooz Aslam M., Qaisar I., Majid A., Shamrooz S. Adaptive Event-Triggered Robust H_∞ Control for Takagi–Sugeno Fuzzy Networked Markov Jump Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2023. Vol. 25. No. 1. P. 213–228. DOI: 10.1002/asjc.2762.

2. Aleksandrova I. V. A Finite Lyapunov Matrix-Based Stability Criterion for Linear Delay Systems via Piecewise Linear Approximation // *Systems & Control Letters*. 2023. Vol. 181. Art. 105624. DOI: 10.1016/j.sysconle.2023.105624.

3. Mahmoudi Rashid S., Rikhtehgar Ghiasi A., Ghaemi S. An Improved Robust Distributed H_∞ Control Method for Uncertain Interconnected Large-Scale Time-Delayed Systems // *Energy Reports*. 2023. Vol. 10. P. 2374–2393. DOI: 10.1016/j.egyr.2023.08.041.

4. Wang W., Zeng H.-B., Teo K.-L., Chen Y.-J. Relaxed Stability Criteria of Time-Varying Delay Systems via Delay-Derivative-Dependent Slack Matrices // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. Vol. 360. No. 9. P. 6099–6109. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.04.019.

5. Liu Y., Zhuang G., Zhao J., Lu J., Wang Z. H_∞ Admissibilization for Time-Varying Delayed Nonlinear Singular Impulsive Jump Systems Based on Memory

State-Feedback Control // Applied Mathematics and Computation. 2023. Vol. 447. Art. 127921. DOI: 10.1016/j.amc.2023.127921.

6. Lee J. H., Na H.-W., Park P. G. An Extended Generalized Integral Inequality Based on Free Matrices and Its Application to Stability Analysis of Neural Networks with Time-Varying Delays // Journal of the Franklin Institute. 2023. Vol. 360. No. 3. P. 1690–1705. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2022.12.042.

7. Kogan M. M., Stepanov A. V. Sintez obobshhennogo H_∞ -suboptimal'nogo upravleniya po e'ksperimental'ny'm i apriorny'm danny'm // Avtomatika i telemekhanika. 2024. № 1. S. 3–20. DOI: 10.31857/S0005231024010015.

8. Tian Y., Wang Z., Wang C. Stability and Stabilisation for Time-Varying Delay Systems Based on Flexible Augmented Lyapunov–Krasovskii Functional // International Journal of Control. 2024. Vol. 97. No. 4. P. 714–727. DOI: 10.1080/00207179.2023.2168112.

9. Xiao S.-P., Long Y.-X. Stability Analysis of Linear Systems with Time-Varying Delay via Some Novel Techniques // Journal of the Franklin Institute. 2024. Vol. 361. No. 1. P. 12–20. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.11.016.

10. Gomez M. A., Egorov A. V. A Lyapunov-Krasovskii Based Approach to Observability and Detectability of Linear Time-Delay Systems // IFAC-PapersOnLine. 2024. Vol. 58. No. 27. P. 213–218. DOI: 10.1016/j.ifacol.2024.10.326.

11. Lee S. H., Park M. J., Kwon O. M. Improvements on Stability Criteria for Linear Systems with a Time-Varying Delay via Novel Delay-Dependent Lyapunov Functionals // ISA Transactions. 2024. Vol. 152. P. 269–276. DOI: 10.1016/j.isatra.2024.06.026.

12. Wang W., Liang J., Liu M., Ding L., Zeng H. Novel Robust Stability Criteria for Lur'e Systems with Time-Varying Delay // Mathematics. 2024. Vol. 12. No. 4. Art. 583. DOI: 10.3390/math12040583.

13. Chestnov V. N., Shatov D. V. Sintez robustny'x regulyatorov mnogomerny'x sistem pri nestacionarny'x parametricheskix i ogranichenny'x vneshnix vozmushheniyax // Avtomatika i telemekhanika. 2024. № 6. S. 19–37. DOI:

10.31857/S0005231024060029.

14. Kogan M. M., Stepanov A. V. Robust H_∞ Control with Transients for LTV Systems Based on Prior Knowledge and Data // *Automatica*. 2025. Vol. 173. Art. 112083. DOI: 10.1016/j.automatica.2024.112083.

15. El Khaloufi G., Chaibi N., Boumhidi I., El Jimi D. A New Result on Stability Analysis and H_∞ Dynamic Output Feedback Controller for Systems with Time-Varying Delays // *Kybernetika*. 2025. Vol. 61. No. 2. P. 202–220. DOI: 10.14736/kyb-2025-2-0202.

16. Le Van Hien, Le Huy Vu. Exponential Admissibility and H_∞ Controller Design for Continuous-Time Nonlinear Time-Varying Delay Singular Systems // *European Journal of Control*. 2025. Vol. 86. Pt. B. Art. 101374. DOI: 10.1016/j.ejcon.2025.101374.

17. Mondié S., Egorov A. V., Ortiz R. Lyapunov Stability Tests for Integral Delay Systems // *Annual Reviews in Control*. 2025. Vol. 59. Art. 100985. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2024.100985.

18. Shashixin V. N., Chulin S. L., Sorokina N. V. Sintez robustnogo upravleniya interval'ny'mi sistemami s zapazdyvaniem na osnove geterogennoj dekompozicii funkcionala Lyapunova–Krasovskogo // *Mezhdunarodny'j nauchno-issledovatel'skij zhurnal*. 2026. № 8(170). DOI: 10.60797/IRJ.2026.170.35.

19. Dharani S., Narensakthi T., Cao Y. Event-Triggered Non-Fragile H_∞ Control for Uncertain Networked Control Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2026. Early View. DOI: 10.1002/asjc.70151.

Статья поступила в редакцию 03.02.2026; одобрена после рецензирования 13.03.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 03.02.2026; approved after reviewing 13.03.2026; accepted for publication 14.05.2026.