

ISSN: 3033-9820

СЕТЕВОЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Research and Development in Modern Science

№ 1 / 2026

<https://modernrd.ru/>

Главный редактор журнала:

Гаврюшин Сергей Сергеевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Компьютерные системы автоматизации производства», Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, Москва

Заместитель главного редактора: Куровская Наталья Анатольевна, генеральный директор ООО «Академия Науки и Образования», Донецк, Российская Федерация

Члены редакционной коллегии:

Арлазаров Владимир Викторович, доктор технических наук, руководитель отдела, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Россия, Москва.

Белоконь Дмитрий Александрович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Северо-Кавказский федеральный университет, Россия, Ставрополь.

Благовещенский Владислав Германович, доктор технических наук, доцент, доцент кафедры промышленной информатики, МИРЭА — Российский технологический университет, Россия, Москва.

Борзин Роман Юрьевич, кандидат технических наук, ассистент кафедры информатики и технологии программирования, Волгоградский государственный технический университет, Россия, Волжский.

Борzych Никита Юрьевич, кандидат технических наук, кафедра практической и прикладной информатики, МИРЭА — Российский технологический университет, Россия, Москва.

Васильев Евгений Михайлович, доктор технических наук, профессор, кафедра электропривода, автоматики и управления в технических системах, Воронежский государственный технический университет, Россия, Воронеж.

Вилисов Валерий Яковлевич, доктор технических наук, доктор экономических наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики, информатики и вычислительной техники, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, Мытищи.

Голубева Ольга Леонидовна, кандидат технических наук, преподаватель кафедры «Инноватики и управления», Челябинский государственный университет, Россия, Челябинск.

Деревянов Максим Юрьевич, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры управления и системного анализа теплоэнергетических и социотехнических комплексов, Самарский государственный технический университет, Россия, Самара.

Дубенко Юрий Владимирович, доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой информатики и вычислительной техники, Кубанский государственный технологический университет, Россия, Краснодар.

Закиева Елена Шавкатовна, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры технической кибернетики, Уфимский университет науки и технологий, Россия, Уфа.

Какорин Даниил Дмитриевич, кандидат технических наук, кафедра технологии металлов и материаловедения, Тверской государственный технический университет, Россия, Тверь.

Кивчун Олег Романович, доктор технических наук, доцент, доцент образовательно-научного кластера «Институт высоких технологий», Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Россия, Калининград.

Крахмалев Олег Николаевич, доктор технических наук, доцент, кафедра прикладной механики и инжиниринга технических систем, автоматизированных систем управления

биотехнологическими процессами, Российский биотехнологический университет, Россия, Москва.

Малютин Олег Сергеевич, кандидат технических наук, начальник отдела информационных технологий и компьютерного моделирования научно-технического центра, Сибирская пожарно-спасательная академия, Россия, Красноярск.

Манцеров Сергей Александрович, доктор технических наук, доцент, директор Образовательно-научного института промышленных технологий машиностроения, заведующий кафедрой «Автоматизация машиностроения», Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Россия, Нижний Новгород.

Моисеева Татьяна Владимировна, доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории анализа и моделирования сложных систем, Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Россия, Самара.

Пальгуев Дмитрий Анатольевич, доктор технических наук, профессор кафедры радиотехники радиофизического факультета, Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Россия, Нижний Новгород.

Романюк Елена Васильевна, доктор технических наук, доцент, доцент кафедры пожарной безопасности технологических процессов, Академия государственной противопожарной службы, Россия, Москва.

Рындин Никита Александрович, доктор технических наук, профессор кафедры искусственного интеллекта и цифровых технологий, Воронежский государственный технический университет, Россия, Воронеж.

Серебрякова Елена Анатольевна, доктор технических наук, доцент кафедры цифровой и отраслевой экономики, Воронежский государственный технический университет, Россия, Воронеж.

Стрижко Михаил Александрович, кандидат технических наук, кафедра «Автоматика и телекоммуникации», Донецкий национальный технический университет, Россия, Донец.

Усовик Игорь Вячеславович, доктор технических наук, доцент, кафедра 604 «Системный анализ и управление», Федеральный научно-клинический центр космической медицины и биологии ФМБА, Россия, Королев.

Холостов Константин Михайлович, доктор технических наук, профессор кафедры информационных технологий, Академия управления МВД России, Россия, Москва.

Хусаинов Эмиль Ильшатovich, кандидат технических наук, инженер Политехнической школы Югорского государственного университета, Югорский государственный университет, Россия, Ханты-Мансийск.

Шмалько Елизавета Юрьевна, доктор технических наук, старший научный сотрудник, Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН, Россия, Москва.

Шнякина Елена Александровна, кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем, Оренбургский государственный университет им. В.А. Бондаренко, Россия, Оренбург.

Яблоков Александр Евгеньевич, доктор технических наук, кафедра прикладной механики и инжиниринга технических систем, Российский биотехнологический университет, Россия, Москва.

Учредитель и издатель:

ООО «АКАДЕМИЯ НАУКИ И ОБРАЗОВАНИЯ»

Адрес учредителя: 283086, Донецкая народная республика, г. о. Донецк, г. Донецк, ул. Артема, д. 41, ком. 306в.

ИНН: 9303040432

КПП: 930301001

ОГРН: 1259300002103

Телефон: +7(909)679-60-04

Сайт: <https://modernrd.ru/>

Регистрационный номер СМИ: Эл № ФС77-92148

ISSN: 3033-9820

Издатель: Куровская Наталья Анатольевна, Генеральный директор ООО «АНО».

Адрес издателя: г. Москва

© Research and Development in Modern Science, 2026 г.

Периодичность 4 раза в год.

**В ЖУРНАЛЕ ПУБЛИКУЮТСЯ СТАТЬИ ПО СЛЕДУЮЩИМ НАУЧНЫМ
СПЕЦИАЛЬНОСТЯМ:**

2.3.1. «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки)»

2.3.3. «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)»

2.3.4. «Управление в организационных системах (технические науки)»

ПОРЯДОК РАССМОТРЕНИЯ СТАТЕЙ

Все представленные рукописи первоначально проверяются редакцией на соответствие тематике журнала и проводят проверку на оригинальность (с использованием соответствующих программно-аппаратных комплексов). Прошедшие этот этап статьи передаются на анонимное рецензирование членам редакционной коллегии или привлеченным внешним экспертам. При условии получения положительных рецензий без замечаний по существу исследования статья принимается к публикации, включается в редакционный портфель и размещается в очередном номере журнала.

Научный журнал «Research and Development in Modern Science» занимается публикацией научно-практических исследований в соответствии с номенклатурой научных специальностей, по которым присуждаются ученые степени.

Наш журнал стремится сделать процесс публикации максимально удобным для авторов, поэтому допускает различные варианты оформления библиографических ссылок и списка литературы.

Список источников оформляется по ГОСТ 7.0.5-2008 и приводится в конце статьи под заголовком «Список источников». При этом допускаются следующие форматы библиографических ссылок:

- Внутритекстовые ссылки (по стандарту APA)
- Подстрочные ссылки (по ГОСТ 7.0.5-2008)
- Затекстовые ссылки (по ГОСТ 7.0.5-2008)

Мы предоставляем авторам гибкость в оформлении, чтобы минимизировать бюрократические барьеры и сосредоточиться на содержании научного исследования. Главное — единообразие внутри самой статьи.

ПЛАТА ЗА ПУБЛИКАЦИЮ

Редакция не взимает с авторов плату за подготовку, размещение или печать материалов.

При использовании опубликованных материалов журнала ссылка на «Research and Development in Modern Science» обязательна.

Полная или частичная перепечатка материалов допускается только по письменному разрешению авторов статей или редакции.

Точка зрения редакции не всегда совпадает с точкой зрения авторов публикаций.



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.
The content is available under Creative Commons Attribution 4.0 License.

Chief Editor:

Gavriushin Sergei Sergeevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Systems of Production Automation, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia.

Deputy Chief Editor: Kurovskaya Natalia Anatolyevna, General Director of “Academy of Science and Education” LLC, Donetsk, Russian Federation

Editorial Board:

Arlazarov Vladimir Viktorovich, Doctor of Technical Sciences, Head of Department, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia.

Belokon Dmitrii Aleksandrovich, PhD in Technical Sciences, Senior Researcher, North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russia.

Blagoveshchenskii Vladislav Germanovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Industrial Informatics, MIREA — Russian Technological University, Moscow, Russia.

Borzin Roman Iurevich, PhD in Technical Sciences, Assistant of the Department of Informatics and Programming Technology, Volgograd State Technical University, Volzhsky, Russia.

Borzykh Nikita Iurevich, PhD in Technical Sciences, Department of Practical and Applied Informatics, MIREA — Russian Technological University, Moscow, Russia.

Vasilev Evgenii Mikhailovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Electric Drive, Automation and Control in Technical Systems, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia.

Vilisov Valerii Iakovlevich, Doctor of Technical Sciences, Doctor of Economics, Associate Professor, Professor of the Department of Applied Mathematics, Informatics and Computer Engineering, Bauman Moscow State Technical University, Mytishchi, Russia.

Golubeva Olga Leonidovna, PhD in Technical Sciences, Lecturer at the Department of Innovation and Management, Chelyabinsk State University, Chelyabinsk, Russia.

Derevianov Maksim Iurevich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Control and Systems Analysis of Heat-Power and Sociotechnical Complexes, Samara State Technical University, Samara, Russia.

Dubenko Iurii Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Informatics and Computer Engineering, Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia.

Zakieva Elena Shavkatovna, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Professor of the Department of Technical Cybernetics, Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia.

Kakorin Daniil Dmitrievich, PhD in Technical Sciences, Department of Metal Technology and Materials Science, Tver State Technical University, Tver, Russia.

Kivchun Oleg Romanovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Educational and Research Cluster “Institute of High Technologies”, Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia.

Krakhmalev Oleg Nikolaevich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Applied Mechanics and Engineering of Technical Systems / Automated Control Systems for Biotechnological Processes, Russian Biotechnological University, Moscow, Russia.

Maliutin Oleg Sergeevich, PhD in Technical Sciences, Head of the Department of Information Technologies and Computer Modeling, Scientific and Technical Center, Siberian Fire and Rescue Academy of EMERCOM of Russia, Krasnoyarsk, Russia.

Mantserov Sergei Aleksandrovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Director of the Educational and Scientific Institute of Industrial Engineering Technologies, Head of

the Department of Manufacturing Automation, Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev, Nizhny Novgorod, Russia.

Moiseeva Tatiana Vladimirovna, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Leading Researcher, Laboratory for Analysis and Modeling of Complex Systems, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russia.

Palguyev Dmitrii Anatolevich, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Radio Engineering, Faculty of Radiophysics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russia.

Romaniuk Elena Vasilevna, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Fire Safety of Technological Processes, State Fire Academy of EMERCOM of Russia, Moscow, Russia.

Ryndin Nikita Aleksandrovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Artificial Intelligence and Digital Technologies, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia.

Serebriakova Elena Anatolevna, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Digital and Sectoral Economics, Voronezh State Technical University, Voronezh, Russia.

Strizhko Mikhail Aleksandrovich, PhD in Technical Sciences, Department of Automation and Telecommunications, Donetsk National Technical University, Donetsk, Russia.

Usovik Igor Viacheslavovich, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor, Department 604 "Systems Analysis and Control", Federal Scientific and Clinical Center for Space Medicine and Biology of the FMBA of Russia, Korolev, Russia.

Kholostov Konstantin Mikhailovich, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Information Technologies, Management Academy of the Ministry of the Interior of Russia, Moscow, Russia.

Khusainov Emil Ilshatovich, PhD in Technical Sciences, Engineer, Polytechnic School of Yugra State University, Yugra State University, Khanty-Mansiysk, Russia.

Shmalko Elizaveta Iurevna, Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia.

Shniakina Elena Aleksandrovna, PhD in Technical Sciences, Senior Lecturer of the Department of Computer Software and Automated Systems, Orenburg State University, Orenburg, Russia.

Iablokov Aleksandr Evgenevich, Doctor of Technical Sciences, Department of Applied Mechanics and Engineering of Technical Systems, Russian Biotechnological University, Moscow, Russia.

Founder and publisher:

LLC "ACADEMY OF SCIENCE AND EDUCATION"

Founder's address: 41 Artem str., room 306b, Donetsk city, Donetsk People's Republic, 283086.

INN: 9303040432

KPP: 930301001

OGRN: 1259300002103

Phone: +7 (909)679-60-04

Website: <https://modernrd.ru/>

Media registration number: El No. FS77-92148

ISSN: 3033-9820

Publisher: Kurovskaya Natalia Anatolyevna, CEO of ANO LLC.

Publisher's address: Moscow

© Research and Development in Modern Science, 2026 г.

The frequency is 4 times a year.

THE JOURNAL PUBLISHES ARTICLES ON THE FOLLOWING SCIENTIFIC SPECIALTIES:

2.3.1. "System analysis, information management and processing, statistics (technical sciences)"

2.3.3. "Automation and control of technological processes and production facilities (technical sciences)"

2.3.4. "Management in organizational systems (technical sciences)"

PROCEDURE FOR REVIEWING ARTICLES

All submitted manuscripts are initially checked by the editorial staff for compliance with the journal's subject matter and checked for originality (using appropriate software and hardware systems). Articles that have passed this stage are submitted for anonymous review to members of the editorial board or external experts involved. Subject to receiving positive reviews without comments on the research substance, the article is accepted for publication, included in the editorial portfolio and placed in the next issue of the journal.

The scientific journal "Research and Development in Modern Science" publishes scientific and practical research in accordance with the nomenclature of scientific specialties for which academic degrees are awarded.

Our journal strives to make the publication process as convenient as possible for authors, so it allows for various design options for bibliographic references and references.

The list of sources is drawn up in accordance with GOST 7.0.5-2008 and is given at the end of the article under the heading "List of sources". The following formats of bibliographic references are allowed:

- Intra-text links (according to the APA standard)
- Footnotes (according to GOST 7.0.5-2008)
- Non-text links (according to GOST 7.0.5-2008)

We provide authors with flexibility in design to minimize red tape and focus on the content of their research. The main thing is uniformity within the article itself.

PUBLICATION FEE

The editorial board does not charge authors a fee for the preparation, placement or printing of materials.

When using published journal materials, a link to "Research and Development in Modern Science" is required.

Full or partial reprint of materials is allowed only with the written permission of the authors of the articles or the editorial board.

The editors' point of view does not always coincide with the authors' point of view.

ОГЛАВЛЕНИЕ

2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки).....	10
Живетьев А.В., Климачев С.А. ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПРОПУСКАМИ В ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ЕДИНОЙ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ «ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ + РЕКУРРЕНТНАЯ СЕТЬ»	10
Дмитрюк Т.Г., Максютин А.С. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ	28
Власенко М.Ю., Большакова С.А. БАЙЕСОВСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С УЧЁТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ И АНАЛИЗОМ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ	56
Нарышкин К.В. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ПОТОКОВЫХ ДАННЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СКОЛЬЗЯЩИХ ОКОН	74
Шерстнев П.А. РОБАСТНОЕ H_∞-УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С ПЕРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ: НОВЫЙ ЛЯПУНОВСКО- КРАСОВСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ И СНИЖЕННЫЙ КОНСЕРВАТИЗМ.....	96
2.3.3. Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)	114
Игнатьев М.А. ПРЕДИКТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ РЕЖИМОМ ТРУБЧАТОГО РЕАКТОРА С УЧЁТОМ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ПАРАМЕТРОВ.....	114
Климов В.В., Казаринов А.В. АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТОКОМ ДУГОВОЙ СВАРКИ С ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ.....	130
2.3.4. Управление в организационных системах (технические науки)	147
Перфильев А.А., Попов Е.И. РОБАСТНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОЕКТОВ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ РЕСУРСНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ	147
Аль Насрави Ф.Х. ГРУППОВОЕ ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ИЕРАРХИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА АНАЛИЗА СЕТЕЙ ПРИ ПРОТИВОРЕЧИВЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНКАХ	171
Решетникова Н.В. ОПТИМИЗАЦИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ..	188

2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (технические науки)

Научная статья

УДК 519.85:519.233.5:004.032.26

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПРОПУСКАМИ В ДАННЫХ НА ОСНОВЕ ЕДИНОЙ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ «ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ + РЕКУРРЕНТНАЯ СЕТЬ»

**Живетьев Александр Викторович, кандидат технических наук,
Университет Дубна, Россия, Дубна, dubna.zhivetev@yandex.ru;**

**Климачев Сергей Александрович, кандидат технических наук, доцент,
Оренбургский государственный университет им. В.А. Бондаренко, Россия,
Оренбург, s.klimachev@mail.ru**

Аннотация. Фрагментарность сенсорных сигналов и нелинейная природа физических процессов неизбежно искажают классические процедуры оценивания скрытых переменных. В работе предложена единая вариационная схема, объединяющая стохастическую модель пространства состояний с рекуррентной сетью вывода, обрабатывающей последовательность в обратном направлении. Оптимизация вариационной нижней границы (ELBO) выполняется методом стохастического градиентного спуска с аналитическим вычислением расхождения Кульбака - Лейблера. Ключевым отличием от существующих подходов выступает явное вероятностное моделирование механизмов утраты данных. Алгоритм корректно маргинализует отсутствующие компоненты вектора наблюдений, устраняя систематическое смещение оценок, характерное для наивного маскирования при информативных пропусках. Теоретический анализ информационной матрицы Фишера строго обосновывает локальную структурную идентифицируемость параметров нелинейных переходных функций с точностью до инвариантных преобразований латентного пространства. Вычислительный эксперимент на эталонных нелинейных системах - хаотическом аттракторе Лоренца и осцилляторе Дуффинга -

демонстрирует высокую робастность метода. При доле зависимых от состояния пропусков до 50 % и аддитивном шуме до 30 % разработанная схема снижает среднеквадратичную ошибку реконструкции фазовых траекторий в четыре раза относительно стандартных фильтров Калмана и детерминированных рекуррентных архитектур. Полученные результаты создают математическую основу для применения глубоких генеративных моделей в задачах системной диагностики и синтеза регуляторов технических объектов в условиях существенной неопределенности наблюдений.

Ключевые слова: идентификация нелинейных систем; пространство состояний; вариационный автокодировщик; рекуррентные нейронные сети; пропуски в данных; механизм MNAR; идентифицируемость параметров; информационная матрица Фишера; нижняя граница доказательности.

Original article

IDENTIFICATION OF NONLINEAR DYNAMIC SYSTEMS WITH DATA GAPS BASED ON A UNIFIED PROBABILISTIC STATE-SPACE + RECURRENT NETWORK MODEL

Zhivetev Aleksandr Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Dubna State University, Dubna, Russia, dubna.zhivetev@yandex.ru;

Klimachev Sergey Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Orenburg State University named after V.A. Bondarenko, Orenburg, Russia, s.klimachev@mail.ru

Abstract. The fragmentary nature of sensory signals and the nonlinear nature of physical processes inevitably distort classical latent variable estimation procedures. This paper proposes a unified variational framework that integrates a stochastic state space with a recurrent inference network processing the sequence in the backward direction. Optimization of the lower bound of evidence is achieved using stochastic gradient descent with an analytical calculation of the Kullback-Leibler divergence. A key difference from existing approaches is the explicit probabilistic modeling of data

loss mechanisms. The algorithm correctly marginalizes missing components of the observation vector, eliminating the systematic bias in estimates characteristic of naive masking due to informative omissions. A theoretical analysis of the Fisher information matrix rigorously substantiates the local structural identifiability of the parameters of nonlinear transition functions up to invariant transformations of the latent space. A computational experiment on benchmark nonlinear systems-the chaotic Lorenz attractor and the Duffing oscillator-demonstrates the method's high robustness. With a state-dependent gap rate of up to 50% and additive noise of up to 30%, the developed scheme reduces the mean square error of phase trajectory reconstruction by a factor of four compared to standard Kalman filters and deterministic recurrent architectures. The obtained results provide a reliable mathematical basis for the application of deep generative models in system diagnostics and controller synthesis for technical facilities under conditions of significant observational uncertainty.

Keywords: nonlinear system identification; state space; variational autoencoder; recurrent neural networks; missing data; MNAR mechanism; parameter identifiability; Fisher information matrix; lower bound on evidence.

Введение. Фундаментальной сложностью при построении математических описаний технических объектов выступает нелинейный характер их внутренней динамики, усугубляемый фрагментарностью регистрируемых сигналов. На практике в сенсорных системах отдельные измерения теряются из-за сбоев оборудования, асинхронности опроса или физических ограничений среды, что превращает классическую задачу оценивания в задачу статистического вывода при наличии скрытых переменных [1]. Традиционный аппарат линейных гауссовских моделей пространства состояний здесь оказывается несостоятельным, поскольку не способен адекватно отразить существенные нелинейные искажения, присущие реальным физическим процессам [2]. Между тем именно учет стохастической природы пропусков наряду с нелинейностью переходных функций определяет соответствие идентифицируемой модели

реальному поведению системы [3].

Исторически сложившийся подход к параметрической идентификации таких систем опирается на алгоритм максимизации математического ожидания в связке с методами нелинейной фильтрации [4]. Подобные гибридные схемы демонстрируют приемлемую точность исключительно в задачах малой размерности. При переходе к многомерным временным рядам вычислительная сложность процедур усреднения по скрытым состояниям возрастает экспоненциально, а жесткие априорные предположения о виде аналитических уравнений вступают в противоречие с априорной неопределенностью, характерной для реальных инженерных объектов [5]. Возникает противоречие между необходимостью точного байесовского вывода и высокой вычислительной сложностью его реализации в пространствах большой размерности.

Альтернативным направлением развития методов обработки последовательностей стало применение рекуррентных архитектур, способных аппроксимировать сложные нелинейные зависимости без явного задания параметрических уравнений [6]. Тем не менее прямое использование детерминированных рекуррентных сетей в задачах системной идентификации имеет существенный методологический недостаток. Такие архитектуры лишены вероятностной семантики, необходимой для корректной работы с неполными наблюдениями. При наличии разрывов во временных рядах стандартные механизмы распространения ошибки не позволяют разделить неопределенность, вызванную шумом измерений, и неопределенность, порожденную отсутствием самих данных, что ведет к смещению оценок и потере устойчивости обучаемой модели.

Попытки механического объединения классических стохастических схем и глубоких архитектур, как правило, нарушают единство процедуры оптимизации. Когда процедура оценивания скрытых состояний и процедура настройки весовых коэффициентов нелинейного отображения выполняются

раздельно или чередуются без строгого математического обоснования, исследователь сталкивается с проблемой несогласованности оценок. Формируется ситуация, при которой отсутствует единая функция правдоподобия, связывающая наблюдаемые выборки с латентными переменными. Градиенты, используемые для обновления параметров генеративной модели, становятся несогласованными, поскольку рассчитываются на основе аппроксимации апостериорного распределения, которая не учитывает марковскую структуру исходной модели и корректную маргинализацию пропущенных компонентов [7-9].

Преодоление указанных ограничений требует перехода к концепции, в которой вероятностное пространство состояний и аппарат нелинейной аппроксимации интегрированы на уровне единой вариационной схемы. Формирование обобщенной генеративной модели, где функции перехода и наблюдения параметризуются многослойными перцептронами, а процедура байесовского вывода аппроксимируется с помощью вспомогательной рекуррентной сети, позволяет сохранить строгую стохастическую интерпретацию [10]. Такое объединение обеспечивает математически обоснованную работу с пропусками: отсутствующие компоненты вектора наблюдений маргинализируются на уровне факторизованной функции правдоподобия без нарушения единой процедуры градиентной оптимизации [11]. Именно разработка и адаптация такого унифицированного вероятностного каркаса, сочетающего строгость гауссовских моделей пространства состояний с выразительной силой нелинейных рекуррентных зависимостей, составляет предмет настоящего исследования и задает его методологическую рамку.

Обзор литературы. Фундаментальные принципы идентификации динамических объектов, сформулированные в классических работах по теории предикционной ошибки, исходят из принципиального различия между математическим описанием и физической реальностью. Как справедливо подчеркивал Л. Юнг, никакая, даже предельно сложная параметрическая

конструкция не тождественна самому объекту, а лишь отражает его свойства с определенной степенью достоверности. Традиционный аналитический аппарат, опирающийся на рекуррентные процедуры оценивания, такие как алгоритм максимизации математического ожидания или расширенные версии фильтра Калмана, демонстрирует высокую состоятельность исключительно в условиях линейности или слабой нелинейности процессов. При переходе к системам с существенно нелинейной динамикой и высокоразмерными пространствами наблюдений вычислительная сложность численного интегрирования апостериорных плотностей возрастает экспоненциально, что вынуждает исследователей прибегать к жестким априорным допущениям, искажающим истинную природу переходных функций [12-14].

Преодоление указанного вычислительного барьера стимулировало методологический сдвиг в сторону глубоких генеративных моделей последовательностей. Знаковой вехой в этом направлении стало внедрение концепции структурированных сетей вывода для нелинейных моделей пространства состояний, предложенной Кришнаном и соавторами. Авторы обосновали возможность компиляции процедуры байесовского вывода непосредственно в веса рекуррентной нейронной сети, что позволило масштабировать вариационное обучение на большие массивы временных рядов. Ключевым теоретическим результатом данной работы стало доказательство того, что факторизация истинного апостериорного распределения в марковских процессах определяется не только предшествующей историей скрытых переменных, но и последующими наблюдениями. Следовательно, архитектуры, использующие исключительно причинно-следственную (однаправленную) агрегацию информации, структурно неспособны аппроксимировать точный байесовский вывод, что неизбежно приводит к ослаблению вариационной нижней границы и ухудшению качества генеративной модели [15].

Несмотря на методологическую стройность вариационной схемы глубоких марковских моделей, при ее адаптации к условиям фрагментарности

наблюдений остается существенный пробел. Существующие реализации, включая успешные приложения в области анализа электронных медицинских карт, разрешают проблему пропусков посредством прямой маргинализации отсутствующих компонент вектора измерений. Подобный подход строго обоснован лишь при условии, что данные отсутствуют совершенно случайно (MCAR) или случайно в зависимости от наблюдаемых величин (MAR), поскольку в этих сценариях механизм утраты данных статистически независим от латентного состояния [16], [17]. Однако в реальных технических системах отказ сенсора или сбой регистрации часто провоцируются экстремальными значениями фазовых координат, что соответствует механизму пропусков, не случайному даже при условии скрытых переменных (MNAR).

Игнорирование информативного характера механизма утраты данных имеет существенные последствия для оценки параметров модели. В контексте классической теории идентификации возникает угроза потери идентифицируемости: когда процесс формирования пропусков не моделируется явно, градиентный поток, направляющий оптимизацию весов переходной и эмиссионной функций, оказывается смещенным. Алгоритм начинает интерпретировать систематическое отсутствие данных в определенных областях фазового пространства как априорную характеристику самой динамики, а не как артефакт процесса наблюдения. Таким образом, существующий задел, обеспечивая мощный инструмент для нелинейной аппроксимации, оставляет открытым вопрос о создании единого вероятностного каркаса, способного совместно оценивать параметры сложной динамики и структуру механизма пропусков, гарантируя при этом локальную идентифицируемость параметров в условиях высокой неопределенности наблюдений.

Материалы и методы исследования. В работе мы формулируем полную генеративную модель, объединяющую динамику скрытых состояний, процесс наблюдения и механизм возникновения пропусков. Пусть z_t обозначает вектор скрытых состояний, x_t – вектор наблюдаемых переменных, а $m_t \in \{0,1\}^D$ –

бинарный вектор индикаторов пропусков для каждого из D измерений в момент времени t . Совместное распределение факторизуется следующим образом:

$$p(x, z, m) = p(z_1) \prod_{t=2}^T p(z_t | z_{t-1}) p(x_t | z_t) p(m_t | z_t, x_t) \quad (1)$$

Начальное состояние $p(z_1)$ задается стандартным гауссовским распределением. Переходное распределение $p(z_t | z_{t-1})$ параметризуется с помощью затворной рекуррентной архитектуры, что позволяет моделировать как линейные, так и существенно нелинейные переходы. Модель наблюдения $p(x_t | z_t)$ описывает распределение измерений при известном скрытом состоянии. Ключевым элементом, отличающим наш подход от предыдущих работ, является явное введение модели пропусков $p(m_t | z_t, x_t)$.

Для аппроксимации апостериорного распределения $p(z | x, m)$ мы выбираем структурированную сеть вывода, работающую в направлении от будущего к прошлому (ST-R), также известную как глубокий сглаживатель Калмана. Данная архитектура использует рекуррентную сеть, обрабатывающую последовательность наблюдений в обратном порядке, чтобы сформировать контекстное представление будущих данных. Параметры гауссовского апостериорного распределения для z_t вычисляются на основе скрытого состояния обратной рекуррентной сети и предыдущего скрытого состояния z_{t-1} , что соответствует марковским свойствам истинного апостериорного распределения. Обучение модели осуществляется путем максимизации нижней границы доказательности (ELBO).

Вопрос учета пропусков требует четкого разделения механизмов их возникновения. Если данные отсутствуют совершенно случайно (MCAR) или случайно в зависимости от наблюдаемых величин (MAR), механизм пропусков игнорируется при выводе, а отсутствующие компоненты вектора x_t исключаются из суммы логарифмического правдоподобия с помощью маски. Однако в случае, когда пропуски зависят от скрытого состояния (MNAR), простое маскирование приводит к смещенным оценкам. В этом сценарии мы

явно включаем логарифм правдоподобия модели пропусков $\log p(m_t|z_t, x_t)$ в целевую функцию, позволяя вариационной схеме совместно оценивать динамику системы и механизм потери данных.

Наиболее сложной теоретической проблемой является анализ идентифицируемости параметров θ генеративной модели. Стандартная проверка ранга информационной матрицы Фишера для нейросетевых латентных моделей сталкивается с фундаментальными трудностями из-за симметрий латентного пространства. В частности, параметры модели не могут быть идентифицированы однозначно из-за инвариантности к ортогональным преобразованиям, перестановкам скрытых нейронов и масштабированию. Поэтому мы доказываем условие локальной структурной идентифицируемости параметров с точностью до класса эквивалентности, порожденного этими тривиальными симметриями. Мы показываем, что при условии достаточной выразительности переходной и эмиссионной сетей, а также при наличии информативной модели пропусков $p(m_t|z_t, x_t)$ в случае MNAR, информационная матрица Фишера имеет полный ранг в факторпространстве по модулю симметрий. Это гарантирует, что градиентный спуск сходится к истинным параметрам с точностью до допустимых преобразований координат.

Результаты исследования и их обсуждение. Вычислительный эксперимент проводился на трех эталонных нелинейных динамических системах: хаотической системе Лоренца, нелинейном осцилляторе Дуффинга и стохастической модели «хищник–жертва» с нелинейным функциональным откликом. Для каждой системы генерировались временные ряды длиной 1000 отсчетов. Пропуски в данные вносились двумя способами: по механизму MCAR (равномерное случайное удаление) и по механизму MNAR (вероятность пропуска возрастала при экстремальных значениях скрытого состояния, что имитирует насыщение сенсоров). Доля пропусков варьировалась от 10 до 50 %. К наблюдаемым данным добавлялся аддитивный гауссовский шум с дисперсией, составляющей 5-30 % мощности сигнала.

В качестве метрик качества мы использовали среднеквадратичную ошибку (RMSE), среднюю абсолютную ошибку (MAE), коэффициент детерминации R^2 и отрицательное логарифмическое правдоподобие (NLL) на тестовой выборке (таблица 1). Предлагаемый метод (ST-R с явной моделью MNAR) сопоставлялся с тремя базовыми подходами: линейной моделью пространства состояний, обучаемой через EM-алгоритм; рекуррентной сетью LSTM без вероятностной модели; и гауссовской процессной моделью пространства состояний (GPSSM).

Таблица 1 - Сравнение методов идентификации при различных механизмах и долях пропусков (система Лоренца, шум 15 %)

Метод	MCAR 10% (RMSE)	MCAR 50% (RMSE)	MNAR 30% (RMSE)	MNAR 30% (NLL)
Линейная SS + EM	1.42	3.85	4.12	145.2
Чистая LSTM	0.98	2.14	3.56	112.4
GPSSM	0.65	1.21	1.85	84.3
Предлагаемый ST-R (MAR/MCAR)	0.41	0.89	2.45	95.1
Предлагаемый ST-R (с моделью MNAR)	0.40	0.87	0.52	42.6

Источник: разработано авторами.

Анализ данных, представленных в таблице 1, выявляет критическую зависимость качества идентификации от адекватности модели пропусков. LSTM демонстрирует удовлетворительные результаты при небольшой доле пропусков MCAR, однако качество ее работы существенно снижается в сценарии MNAR. Отсутствие вероятностной оболочки не позволяет архитектуре отделить шум от систематического отсутствия данных при экстремальных значениях. Гауссовская процессная модель (GPSSM) показывает высокую точность, но ее вычислительная сложность не позволяет масштабировать подход на многомерные системы без существенных упрощений. Предложенный нами подход с явным моделированием механизма MNAR позволяет снизить ошибку реконструкции траектории более чем в четыре раза по сравнению с наивным маскированием, что подтверждает теоретические выводы о необходимости учета информативности самих пропусков.

Далее было проведено исследование робастности и выполнен

абляционный анализ архитектуры. Мы оценивали влияние длины обучающей последовательности, размерности латентного пространства и выбора типа рекуррентной ячейки (GRU против LSTM) в сети вывода (таблица 2).

Таблица 2 - Результаты абляционного исследования архитектуры сети вывода (система Дуффинга, MNAR 20 %)

Параметр архитектуры	Значение	RMSE	Время обучения (сек/эпоха)
Тип ячейки	GRU	0.38	1.2
	LSTM	0.34	1.8
Размерность z	5	0.55	0.9
	10	0.34	1.8
	20	0.36	3.4
Длина последовательности	50	0.48	0.8
	200	0.34	2.9

Источник: разработано авторами.

Результаты абляционного исследования показывают, что использование ячеек LSTM в сети вывода обеспечивает несколько более высокое качество реконструкции благодаря более эффективному учету долгосрочных зависимостей, что особенно важно для систем с выраженной инерционностью, таких как осциллятор Дуффинга. Увеличение размерности латентного пространства сверх физически обоснованного минимума (в данном случае 10) не улучшает качество, а ведет к переобучению и росту вычислительных затрат. Длина последовательности напрямую влияет на способность модели оценивать глобальные аттракторы: при длине 50 квантов модель теряет информацию о глобальной топологии фазового пространства.

Особое внимание было уделено практической проверке идентифицируемости параметров переходной функции (таблица 3). Мы оценивали, насколько точно веса нейросетевой аппроксимации переходного распределения совпадают с истинными параметрами (с точностью до ортогонального преобразования).

Таблица 3 - Ошибка восстановления параметров переходной функции при росте доли MNAR

Доля пропусков MNAR	Ошибка параметров (наивное маскирование)	Ошибка параметров (предлагаемый метод)
10 %	0.08	0.07
30 %	0.24	0.09
50 %	0.58	0.14

Источник: разработано авторами.

Данные таблицы 3 наглядно демонстрируют, что при игнорировании механизма MNAR ошибка восстановления параметров нелинейно возрастает, достигая значений, при которых модель полностью утрачивает физический смысл. Интеграция модели пропусков в единый вариационный каркас позволяет стабилизировать градиентный спуск и сохранить локальную идентифицируемость параметров даже при потере половины данных, при условии, что механизм пропусков несет достаточную статистическую информацию о скрытом состоянии.

Таким образом, проведенное исследование подтверждает, что объединение вероятностной модели пространства состояний с рекуррентными аппроксиматорами в единой вариационной схеме позволяет решать задачу идентификации нелинейных систем в условиях неинформативных и информативных пропусков. Явное моделирование механизма MNAR и учет симметрий латентного пространства при анализе идентифицируемости формируют надежный математический фундамент для применения глубоких генеративных моделей в задачах системного анализа и управления техническими объектами.

Выводы. Проведенное исследование показывает, что интеграция строгих стохастических схем пространства состояний с выразительными возможностями рекуррентных архитектур вывода позволяет преодолеть фундаментальные ограничения классических методов фильтрации. Разработанный единый вероятностный каркас дает возможность математически обоснованно восстанавливать траектории скрытых переменных даже в тех случаях, когда

механизм утраты данных несет в себе статистическую информацию о динамике объекта. Явное разделение процессов генерации наблюдений и формирования пропусков устраняет систематическое смещение оценок, неизбежно возникающее при использовании наивных подходов, опирающихся исключительно на маскирование отсутствующих компонент.

Вместе с тем, достижение подобной точности требует значительных вычислительных ресурсов. Применение двунаправленных рекуррентных сетей в качестве структурного аппроксиматора апостериорного распределения, а также использование комбинирующей функции для согласования информации из прошлого и будущего существенно повышают вычислительную сложность стохастической градиентной оптимизации. При обработке длинных временных рядов или систем с высокой размерностью латентного пространства затраты памяти и времени на вычисление градиентов нижней границы доказательности возрастают нелинейно, что ограничивает применимость метода в задачах, требующих работы в реальном времени.

Другим существенным ограничением текущей модификации модели выступает жесткое допущение о стационарности шумовых воздействий. Параметризация ковариационных матриц переходных и эмиссионных распределений в рамках диагональной аппроксимации предполагает, что дисперсия возмущений остается неизменной на протяжении всего интервала наблюдения. Однако для многих реальных технических объектов, где уровень неопределенности существенно зависит от текущей фазы динамического процесса или амплитуды скрытых переменных, подобное упрощение ведет к потере эффективности байесовского вывода в экстремальных режимах функционирования.

Устранение указанных ограничений открывает путь к дальнейшим изысканиям, направленным на расширение класса идентифицируемых объектов. Перспективным направлением представляется адаптация предложенного вариационного каркаса для анализа мультирежимных систем, чья динамика

переключается между качественно различными состояниями. Внедрение механизмов марковских скачкообразных процессов или смесевых моделей плотности в функции перехода позволит описывать объекты с разрывными фазовыми траекториями. Параллельно планируется отказ от предположения о гомоскедастичности ошибок за счет явного моделирования зависимости дисперсии шума от скрытых переменных, что повысит робастность алгоритма при работе с нестационарными физическими процессами.

Список литературы

1. Beintema G. I., Schoukens M., Tóth R. Deep Subspace Encoders for Nonlinear System Identification // *Automatica*. 2023. Vol. 156. Art. 111210. DOI: 10.1016/j.automatica.2023.111210.
2. Цымблер М. Л., Юртин А. А. Восстановление пропущенных значений временного ряда на основе совместного применения аналитических алгоритмов и нейронных сетей // *Вычислительные методы и программирование*. 2023. Т. 24. № 3. С. 243–259. DOI: 10.26089/NumMet.v24r318.
3. Ansari A. F., Heng A., Lim A., Soh H. Neural Continuous-Discrete State Space Models for Irregularly-Sampled Time Series // *Proceedings of the 40th International Conference on Machine Learning (ICML 2023)*. PMLR. 2023. Vol. 202. P. 926–951.
4. Алешновский В. С., Безрукова А. В., Авилов В. К., Газарян В. А., Курбатова Ю. А., Куричева О. А., Чуличков А. И., Шапкина Н. Е. Восстановление пропусков во временных рядах концентрации CO₂ и температуры воздуха методом математической статистики // *Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия*. 2023. Т. 78. № 3. Ст. 2330101. DOI: 10.55959/MSU0579-9392.78.2330101.
5. Yuan Z., Ban X., Zhang Z., Li X., Dai H.-N. ODE-RSSM: Learning Stochastic Recurrent State Space Model from Irregularly Sampled Data // *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 2023. Vol. 37. No. 9. P. 11060–11068. DOI: 10.1609/aaai.v37i9.26310.
6. Forgione M., Piga D. Neural State-Space Models: Empirical Evaluation of

Uncertainty Quantification // IFAC-PapersOnLine. 2023. Vol. 56. No. 2. P. 4082–4087. DOI: 10.1016/j.ifacol.2023.10.1736.

7. Юртин А. А. Восстановление многомерных временных рядов на основе выявления поведенческих шаблонов и применения автоэнкодеров // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Вычислительная математика и информатика. 2024. Т. 13. № 2. С. 39–55. DOI: 10.14529/cmse240203.

8. Beintema G. I., Schoukens M., Tóth R. Meta-State-Space Learning: An Identification Approach for Stochastic Dynamical Systems // Automatica. 2024. Vol. 167. Art. 111787. DOI: 10.1016/j.automatica.2024.111787.

9. Liu Y., Tóth R., Schoukens M. Physics-Guided State-Space Model Augmentation Using Weighted Regularized Neural Networks // IFAC-PapersOnLine. 2024. Vol. 58. No. 15. P. 295–300. DOI: 10.1016/j.ifacol.2024.08.544.

10. Chen Y., Hu R., Li Z., Yang C., Wang X., Long G., Xu G. Exploring Explicit and Implicit Graph Learning for Multivariate Time Series Imputation // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2024. Vol. 127, Pt. A. Art. 107217. DOI: 10.1016/j.engappai.2023.107217.

11. Краснов Д. И., Волынский М. А., Гусев А. А. Оценка состояния агента с динамикой стохастического характера с помощью рекуррентных фильтров // Информатика и автоматизация. 2025. Т. 24. № 5. С. 1355–1378. DOI: 10.15622/ia.24.5.4.

12. Bemporad A. An L-BFGS-B Approach for Linear and Nonlinear System Identification Under ℓ_1 and Group-Lasso Regularization // IEEE Transactions on Automatic Control. 2025. Vol. 70. No. 7. P. 4857–4864. DOI: 10.1109/TAC.2025.3541018.

13. Lai X., Yao Y., Mu J., Lu W., Zhang L. RATAI: Recurrent Autoencoder with Imputation Units and Temporal Attention for Multivariate Time Series Imputation // Artificial Intelligence Review. 2025. Vol. 58. No. 2. Art. 37. DOI: 10.1007/s10462-024-11039-z.

14. Banitalebi Dehkordi M., Forgione M., Piga D. Uncertainty Quantification in Neural State-Space Models: Applications for Experiment Design and Uncertainty-Aware MPC // *European Journal of Control*. 2025. Vol. 85. Art. 101359. DOI: 10.1016/j.ejcon.2025.101359.
15. Banitalebi Dehkordi M., Forgione M., Cimini G., Frascati L., Piga D. On the Normalization of Gray-Box State-Space Neural Networks // *Automatica*. 2026. Vol. 183. Art. 112659. DOI: 10.1016/j.automatica.2025.112659.
16. Алешновский В. С., Авилов В. К., Голубцов П. В., Курбатова Ю. А., Куричева О. А., Макеев Д. А., Фадеева П. А., Чуличков А. И., Шапкина Н. Е. Восстановление пропусков в многомерных временных рядах методами математической статистики и машинного обучения // *Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия*. 2026. № 3. Ст. 2630101.
17. Frank D., Holicki T., Scherer C. W., Staab S. Regularised Neural Network-Based Nonlinear System Identification with Prior System Knowledge // *International Journal of Control*. 2026. Vol. 99. P. 2658–2686. DOI: 10.1080/00207179.2026.2679228.

References

1. Beintema G. I., Schoukens M., Tóth R. Deep Subspace Encoders for Nonlinear System Identification // *Automatica*. 2023. Vol. 156. Art. 111210. DOI: 10.1016/j.automatica.2023.111210.
2. Cymbler M. L., Yurtin A. A. Vosstanovlenie propushhenny`x znachenij vremennogo ryada na osnove sovmestnogo primeneniya analiticheskix algoritmov i nejronny`x setej // *Vy`chislitel`ny`e metody` i programmirovaniye*. 2023. T. 24. № 3. S. 243–259. DOI: 10.26089/NumMet.v24r318.
3. Ansari A. F., Heng A., Lim A., Soh H. Neural Continuous-Discrete State Space Models for Irregularly-Sampled Time Series // *Proceedings of the 40th International Conference on Machine Learning (ICML 2023)*. PMLR. 2023. Vol. 202. P. 926–951.
4. Aleshnovskij V. S., Bezrukova A. V., Avilov V. K., Gazaryan V. A., Kurbatova Yu. A., Kuricheva O. A., Chulichkov A. I., Shapkina N. E. Vosstanovlenie propuskov vo vremenny`x ryadax koncentracii CO<sub>2</sub> i temperatury` vozduxa metodom

- matematicheskoy statistiki // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3: Fizika. Astronomiya. 2023. T. 78. № 3. St. 2330101. DOI: 10.55959/MSU0579-9392.78.2330101.
5. Yuan Z., Ban X., Zhang Z., Li X., Dai H.-N. ODE-RSSM: Learning Stochastic Recurrent State Space Model from Irregularly Sampled Data // Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2023. Vol. 37. No. 9. P. 11060–11068. DOI: 10.1609/aaai.v37i9.26310.
6. Forgione M., Piga D. Neural State-Space Models: Empirical Evaluation of Uncertainty Quantification // IFAC-PapersOnLine. 2023. Vol. 56. No. 2. P. 4082–4087. DOI: 10.1016/j.ifacol.2023.10.1736.
7. Yurtin A. A. Vosstanovlenie mnogomerny`x vremenny`x ryadov na osnove vy`yavleniya povedencheskix shablonov i primeneniya avtoe`nkoderov // Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Vy`chislitel'naya matematika i informatika. 2024. T. 13. № 2. S. 39–55. DOI: 10.14529/cmse240203.
8. Beintema G. I., Schoukens M., Tóth R. Meta-State-Space Learning: An Identification Approach for Stochastic Dynamical Systems // Automatica. 2024. Vol. 167. Art. 111787. DOI: 10.1016/j.automatica.2024.111787.
9. Liu Y., Tóth R., Schoukens M. Physics-Guided State-Space Model Augmentation Using Weighted Regularized Neural Networks // IFAC-PapersOnLine. 2024. Vol. 58. No. 15. P. 295–300. DOI: 10.1016/j.ifacol.2024.08.544.
10. Chen Y., Hu R., Li Z., Yang C., Wang X., Long G., Xu G. Exploring Explicit and Implicit Graph Learning for Multivariate Time Series Imputation // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 2024. Vol. 127, Pt. A. Art. 107217. DOI: 10.1016/j.engappai.2023.107217.
11. Krasnov D. I., Voly`nskiy M. A., Gusev A. A. Ocenka sostoyaniya agenta s dinamikoj stoxasticheskogo xaraktera s pomoshh`yu rekurrentny`x fil'trov // Informatika i avtomatizaciya. 2025. T. 24. № 5. S. 1355–1378. DOI: 10.15622/ia.24.5.4.
12. Bemporad A. An L-BFGS-B Approach for Linear and Nonlinear System

Identification Under ℓ_1 and Group-Lasso Regularization // IEEE Transactions on Automatic Control. 2025. Vol. 70. No. 7. P. 4857–4864. DOI: 10.1109/TAC.2025.3541018.

13. Lai X., Yao Y., Mu J., Lu W., Zhang L. RATAI: Recurrent Autoencoder with Imputation Units and Temporal Attention for Multivariate Time Series Imputation // Artificial Intelligence Review. 2025. Vol. 58. No. 2. Art. 37. DOI: 10.1007/s10462-024-11039-z.

14. Banitalebi Dehkordi M., Forgione M., Piga D. Uncertainty Quantification in Neural State-Space Models: Applications for Experiment Design and Uncertainty-Aware MPC // European Journal of Control. 2025. Vol. 85. Art. 101359. DOI: 10.1016/j.ejcon.2025.101359.

15. Banitalebi Dehkordi M., Forgione M., Cimini G., Frascati L., Piga D. On the Normalization of Gray-Box State-Space Neural Networks // Automatica. 2026. Vol. 183. Art. 112659. DOI: 10.1016/j.automatica.2025.112659.

16. Aleshnovskij V. S., Avilov V. K., Golubczov P. V., Kurbatova Yu. A., Kuricheva O. A., Makeev D. A., Fadeeva P. A., Chulichkov A. I., Shapkina N. E. Vosstanovlenie propuskov v mnogomerny`x vremenny`x ryadax metodami matematicheskoy statistiki i mashinnogo obucheniya // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3: Fizika. Astronomiya. 2026. № 3. St. 2630101.

17. Frank D., Holicki T., Scherer C. W., Staab S. Regularised Neural Network-Based Nonlinear System Identification with Prior System Knowledge // International Journal of Control. 2026. Vol. 99. P. 2658–2686. DOI: 10.1080/00207179.2026.2679228.

Статья поступила в редакцию 03.04.2026; одобрена после рецензирования 07.05.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 03.04.2026; approved after reviewing 07.05.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 519.85:681.513.4

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ОТКАЗОУСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

**Дмитрюк Татьяна Григорьевна, кандидат технических наук, Донецкий
национальный технический университет, Россия, Донецк,
dmitriuk_tg@mail.ru;**

**Максютин Андрей Сергеевич, кандидат технических наук, Сибирский
государственный университет науки и технологий им. акад.
М.Ф. Решетнева, Россия, Красноярск, maksutin.krasnoyarsk@yandex.ru**

Аннотация. Статья посвящена разработке метода многокритериального структурного синтеза отказоустойчивых систем управления в условиях интервальной неопределённости исходных данных. Предложена формализация задачи выбора архитектуры системы, включающей уровень резервирования контроллеров, состав датчиков, топологию коммуникационной сети и алгоритмы голосования, при которой параметры надёжности и функциональные характеристики элементов задаются замкнутыми интервалами, отражающими ограниченность статистических данных испытаний и вариативность условий эксплуатации. Введены определения необходимого и достаточного интервального доминирования для векторных оценок критериев, на основе которых построен двухэтапный алгоритм формирования суженного множества Парето, обеспечивающий сокращение числа попарных сравнений без потери гарантированности результата. Разработаны правила исключения неэффективных конфигураций с учётом жёстких технических ограничений на быстродействие, задержку передачи управляющих сигналов и минимально допустимый уровень резервирования. Для окончательного выбора из множества Парето применён критерий минимаксного отклонения, минимизирующий максимальную нормированную ширину интервальных оценок по совокупности

шести технических критериев без задания весовых коэффициентов. Вычислительный эксперимент проведён на примере синтеза распределённой системы управления промышленным энергоблоком. Установлена устойчивость выбора при вариации ширины исходных интервалов. Разработанный метод ориентирован на задачи проектирования систем, прохождение полного цикла натурных испытаний которых затруднено по экономическим или организационным причинам.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, структурный синтез, отказоустойчивая система управления, интервальная неопределённость, множество Парето, интервальное доминирование, минимаксный критерий, резервирование.

Original article

MULTICRITERIA OPTIMIZATION OF THE STRUCTURE OF A FAULT-TOLERANT CONTROL SYSTEM UNDER INTERVAL UNCERTAINTY

Dmitriuk Tatiana Grigorevna, Candidate of Technical Sciences, Donetsk National Technical University, Donetsk, Russia, dmitriuk_tg@mail.ru;

Maksiutin Andrei Sergeevich, Candidate of Technical Sciences, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russia, maksutin.krasnoyarsk@yandex.ru

Abstract. This article is devoted to the development of a method for the multi-criteria structural synthesis of fault-tolerant control systems under conditions of interval uncertainty of the initial data. A formalization of the problem of selecting a system architecture is proposed, including the level of controller redundancy, the composition of sensors, the topology of the communication network, and voting algorithms. In this problem, the reliability parameters and functional characteristics of the elements are specified by closed intervals reflecting the limited statistical test data and the variability of operating conditions. Definitions of necessary and sufficient

interval dominance for vector criteria estimates are introduced, based on which a two-stage algorithm for generating a narrowed Pareto set is constructed, ensuring a reduction in the number of pairwise comparisons without losing the guarantee of the result. Rules for excluding ineffective configurations are developed, taking into account strict technical constraints on performance, control signal transmission delay, and the minimum permissible level of redundancy. For the final selection from the Pareto set, the minimax deviation criterion is applied, minimizing the maximum normalized width of interval estimates for a set of six technical criteria without specifying weighting coefficients. A computational experiment was conducted using the synthesis of a distributed control system for an industrial power unit. The stability of the selection was established when the width of the initial intervals varied. The developed method is aimed at designing systems for which a full cycle of full-scale testing is difficult for economic or organizational reasons.

Keywords: multicriteria optimization, structural synthesis, fault-tolerant control system, interval uncertainty, Pareto set, interval dominance, minimax criterion, redundancy.

Введение. Проблема структурного синтеза систем управления, сохраняющих работоспособность при отказах отдельных функциональных элементов, на протяжении нескольких десятилетий остаётся предметом пристального внимания исследователей в области теории надёжности и автоматизации. Указанная задача приобретает актуальность применительно к объектам, эксплуатация которых связана с повышенными требованиями к безопасности, в частности, энергетическим установкам, авиационным комплексам, химическим производствам, где выход из строя единственного канала управления способен повлечь каскадные последствия. Структурный синтез в данном контексте понимается как выбор рациональной архитектуры системы, включающей конфигурацию резервных элементов, топологию связей между ними, а также логику переключения при возникновении отказов, причём

итоговое решение должно удовлетворять требованиям по готовности, стоимости реализации, массогабаритным характеристикам и скорости реакции системы на деградацию компонентной базы.

Специфика рассматриваемой задачи определяется характером исходных данных о параметрах надёжности и функциональных характеристик элементов системы. В реальных условиях проектирования инженер-разработчик не всегда располагает точечными оценками вероятностей безотказной работы, интенсивностей отказов, средних времен восстановления и прочих количественных показателей. Причины подобного положения дел многообразны:

1) статистические выборки результатов стендовых и натурных испытаний, как правило, ограничены десятками наблюдений, что не позволяет строить доверительные интервалы приемлемой ширины;

2) для вновь разрабатываемых компонент статистические данные отсутствуют, и проектировщик вынужден оперировать экспертными суждениями либо аналогиями с изделиями предшествующих поколений;

3) измерительные средства вносят погрешность, соизмеримую с шириной доверительной области оцениваемого параметра;

4) условия эксплуатации реального объекта существенно варьируются во времени и пространстве: температурные режимы, вибрационные нагрузки, влажность и электромагнитная обстановка влияют на характеристики отказов, а их совокупное влияние невозможно свести к единственному числу.

Адекватным математическим аппаратом для формализации описанного рода неопределённости служит интервальная арифметика, основы которой были заложены в работах Р. Мура, опубликованных в 1962-1966 гг., что указано в исследованиях [1], [2]. Согласно изложенному подходу [3] вместо точечного числа на числовой оси фиксируется замкнутый отрезок $[a, b]$, содержащий все допустимые значения искомой величины, а арифметические операции определяются через множества возможных результатов: сумма двух интервалов

X и Y представляет собой множество $\{x + y : x \in X, y \in Y\}$, произведение - множество $\{xy : x \in X, y \in Y\}$ и аналогичным образом для прочих операций. При реализации интервальных вычислений на машине с конечной разрядностью применяется процедура внешнего округления, гарантирующая включение точного результата в вычисленный интервал несмотря на накапливающиеся ошибки округления [3]. Это отличает интервальный подход от вероятностных методов, в которых точность оценки зависит от объёма выборки и выбора закона распределения, а также от детерминированных методов анализа чувствительности, дающих локальную информацию о влиянии возмущений.

Развитие интервальных методов получило продолжение в трудах У. Кулиша и В. Мирянкера [4], разработавших аксиоматическую основу округлённой арифметики, Э. Хансена, предложившего ряд схем глобальной оптимизации на интервалах [5], а также в работах Г. Алефельда и Ю. Херцбергера [6], исследовавших сходимость интервальных итерационных процессов. Для задач структурной оптимизации интерес представляет метод Скейбо-Мура [3], позволяющий последовательно сужать область поиска глобального экстремума путём ветвления начального параллелепипеда и отбрасывания подынтервалов, заведомо не содержащих оптимального решения. Указанный алгоритм, будучи обобщённым на случай многокритериальной постановки, открывает возможность построения гарантированных оценок множества Парето при наличии интервальной неопределённости в коэффициентах целевых функций и ограничениях.

Следует обратить внимание на то, что применение интервальной модели неопределённости диктуется природой проектных данных. В упомянутом ранее исследовании [3] подчёркивается, что на этапе формулировки исходных данных физические измерения дают границы, внутри которых заключено истинное значение величины, и попытка выделить из этих границ единственную оценку влечёт потерю информации о достоверности результата. В задаче структурного синтеза отказоустойчивой системы подобная потеря информации особенно

критична: завышение показателя готовности на этапе проектирования способно привести к принятию конструктивного решения, не обеспечивающего требуемого уровня безопасности в реальных условиях эксплуатации. Интервальный подход сохраняет информацию о неопределённости на всех этапах вычислений и позволяет проектировщику оценивать запас устойчивости принятого решения к вариациям параметров.

Отдельного обсуждения заслуживает вопрос о вычислительной сложности многокритериальной оптимизации при интервальных данных. Как показано в работе [7], общая задача глобальной оптимизации с интервальными коэффициентами является NP-трудной, и применение методов полного перебора к системам большой размерности оказывается неосуществимым за приемлемое время. Вместе с тем для практически значимых размерностей комбинация интервального ветвления с методами многокритериального ранжирования демонстрирует сходимость за конечное число итераций [3]. Существенную роль здесь играет выбор стратегии ветвления, поскольку разбиение по координате с наибольшей шириной интервала обеспечивает равномерное уменьшение неопределённости, а приоритетное ветвление по критерию с наибольшей чувствительностью к данной координате может сократить число просматриваемых узлов дерева поиска.

В настоящем исследовании предлагается методика многокритериальной оптимизации структуры отказоустойчивой системы управления, в которой параметры надёжности элементов, характеристики каналов связи и ограничения на ресурс задаются в виде интервалов, а целевые функции вычисляются средствами интервальной арифметики с внешним округлением. Разрабатываемый алгоритм сочетает процедуру последовательного ветвления параллелепипеда в пространстве структурных переменных с многокритериальным отсеиванием доминируемых конфигураций, чтобы не исключить области множества допустимых структур, содержащие решения, оптимальные по Парето. Научная новизна работы состоит в совместном

применении интервальных оценок критериев и аппарата многокритериального доминирования в едином вычислительном контуре.

Практическая значимость полученного результата определяется тем, что проектные решения, найденные предложенным методом, сохраняют работоспособность при любых допустимых вариациях параметров в пределах заданных интервалов. Иными словами, конструктор получает семейство структур, каждая из которых удовлетворяет требованиям технического задания при наихудшем сочетании параметров.

Обзор литературы. Задача определения рациональной конфигурации отказоустойчивой системы управления относится к классу комбинаторных проблем, в которых пространство допустимых решений формируется дискретными переменными, описывающими кратность резервирования, состав функциональных элементов и способы их взаимосвязи. В работах, посвящённых надёжности автоматизированных комплексов, структура системы описывается булевыми векторами, кодирующими наличие или отсутствие резервных каналов, однако при переходе к многокритериальной постановке размерность пространства поиска возрастает экспоненциально, что делает полный перебор вычислительно неосуществимым для систем средней и большой размерности [8], [9].

Аппарат интервального анализа, основы которого заложены в исследованиях [1], [2], предоставляет формализованные средства оперирования множествами возможных значений параметров без привлечения вероятностных гипотез о законах их распределения. В [3] изложена полная система определений и свойств интервальной арифметики, включая операции сложения, вычитания, умножения и деления интервалов, понятие включения и изотонии по включению, а также фундаментальную теорему, гарантирующую, что значение любой изотонной по включению интервальной функции содержит точную область значений соответствующей вещественной функции на заданном интервальном аргументе. Указанная теорема, доказанная в работе [3], служит

теоретическим основанием для построения гарантированных оценок критериев при неполных исходных данных.

Проблема многокритериального выбора при неточных оценках рассматривалась в контексте глобальной оптимизации [4], авторы предложили схему ветвления и оценивания с интервальными границами целевых функций. Алгоритм [3], обеспечивающий последовательное сужение области поиска посредством упорядоченного списка подынтервалов, демонстрирует линейную сходимость по избыточной ширине при равномерном дроблении области аргументов и квадратичную при использовании центрированных форм. Перенос указанных идей на дискретное пространство структурных конфигураций требует модификации, поскольку бисекция непрерывного параллелепипеда заменяется попарным сопоставлением конечного числа альтернатив.

Вопросам доминирования при интервальных оценках посвящены отдельные разделы теории принятия решений, однако разграничение необходимого и достаточного доминирования для многокритериальных задач управления в литературе представлено фрагментарно. Настоящая работа восполняет указанный пробел, предлагая целостную формализацию, в которой интервальный вектор критериев, отношения доминирования и алгоритм формирования множества Парето объединены в единую вычислительную процедуру с доказанной конечной сходимостью.

Формализация неопределённости через замкнутые интервалы вещественной оси восходит к работам Сананаги 1958 года и Мура 1962 года, однако систематическое изложение алгебраических свойств интервальной арифметики появилось в [2]. Авторы [5] развили аксиоматическую основу округлённой арифметики, в которой каждая операция сопровождается процедурой внешнего округления, гарантирующей строгое включение точного результата в вычисленный интервал независимо от накапливающихся ошибок округления конечной разрядности. Указанное свойство, называемое в [3] «outward rounding», обеспечивает математическую строгость всех последующих

вычислений и исключает возможность потери истинного значения параметра за пределами интервальной оценки.

Фундаментальная теорема интервального анализа [3] утверждает, что если F является изотонной по включению интервальной функцией, расширяющей вещественную функцию f , то образ множества $f(X_1, \dots, X_n)$ содержится в значении $F(X_1, \dots, X_n)$. Из данного утверждения непосредственно следует, что интервальная оценка критерия, полученная подстановкой интервальных параметров в расчётную формулу, заведомо содержит все возможные реализации критерия при допустимых вариациях входных данных. Следствие из [3] распространяет этот результат на рациональные интервальные функции произвольного числа переменных.

Понятие избыточной ширины интервальной функции, введённое в определении работы [3], позволяет количественно оценивать потерю информации при переходе от точного множества значений к интервальному расширению. Лемма из [3] доказывает, что естественное интервальное расширение рациональной функции является липшицевым, то есть ширина результата убывает линейно с уменьшением ширины аргумента. Данное свойство обеспечивает сходимость процедур последовательного уточнения интервальных оценок и обосновывает корректность алгоритма ветвления, применяемого в настоящей работе к дискретному пространству архитектур.

Алгоритмические аспекты формирования множества Парето при многокритериальной оптимизации изучались применительно к непрерывным задачам в работах по глобальной оптимизации с использованием интервального ветвления и оценивания [4]. Базовый алгоритм, описанный в [3], оперирует списком подынтервалов, упорядоченных по нижней границе целевой функции, и последовательно исключает подынтервалы, не содержащие глобального минимума. Проверка допустимости, используемая в указанном алгоритме, состоит в проверке условия $F(X) > 0$ для ограничения $f(x) \leq 0$; подынтервал исключается, если верхняя граница $F(X)$ отрицательна.

Перенос аналогичной логики на дискретное пространство структурных конфигураций заменяет бисекцию непрерывного параллелепипеда попарным сравнением архитектур. Сложность прямого попарного сравнения составляет $O(|\Omega|^2)$ операций, что при $|\Omega| \approx 10^5$ приводит к 10^{10} сравнений и делает процедуру практически нереализуемой. Сокращение числа сравнений достигается введением иерархии фильтров: на первом этапе применяется необходимое доминирование, на втором - достаточное доминирование, а окончательное решение принимается на множестве, не содержащем необходимо доминируемых элементов.

Теорема из [3] гарантирует, что избыточная ширина уточнённой интервальной оценки убывает как $O(1/N)$ при равномерном дроблении области на N частей. Хотя указанная теорема сформулирована для непрерывных интервальных функций, её аналог для дискретного случая состоит в том, что последовательное применение тестов доминирования к подмножествам архитектур уменьшает число неразличимых пар не менее чем на единицу за каждый шаг, обеспечивая конечную сходимость алгоритма за не более чем $|\Omega| \cdot (|\Omega|-1)/2$ шагов в худшем случае.

Учёт жёстких технических ограничений при многокритериальном выборе традиционно реализуется методом последовательных уступок либо введением штрафных функций. Однако при интервальной неопределённости штрафной подход утрачивает однозначность, поскольку величина штрафа зависит от реализации параметра внутри интервала. Гарантированный подход, основанный на принципе минимакса, свободен от указанного недостатка и обеспечивает выполнение ограничений при наихудшей реализации неопределённых параметров.

В работе [3] рассмотрены методы решения систем линейных уравнений с интервальными коэффициентами, в которых множество решений ограничивается интервальным вектором, полученным итерационным методом Кравчика. Аналогичная логика применима к задаче структурного выбора:

множество допустимых архитектур ограничивается условиями, которые должны выполняться для всех реализаций параметров из заданных интервалов. Согласно теореме из [3], если все шаги прямого метода выполнимы в интервальной арифметике без деления на интервал, содержащий ноль, то результирующий интервальный вектор содержит все допустимые решения.

Критерий минимаксного отклонения, используемый в настоящей работе для окончательного выбора из множества Парето, определяется как минимизация максимальной нормированной ширины интервальных оценок по всем критериям.

Материалы и методы исследования. Пространство допустимых архитектур системы управления определяется совокупностью структурных переменных, каждая из которых принимает значения из конечного множества. Уровень резервирования контроллеров задаётся целочисленной переменной r , принимающей значения из множества $\{1, 2, 3\}$, что соответствует одинарному, двойному и тройному модульному резервированию. Состав датчиков описывается вектором s размерности m , компоненты которого указывают тип измерительного элемента для каждого контролируемого параметра технологического процесса. Топология коммуникационной сети кодируется переменной t , принадлежащей множеству $\{\text{шинная, кольцевая, звездообразная, ячеистая}\}$, а алгоритмы голосования определяются переменной v из множества $\{\text{мажоритарное, поквартильное, скользящее среднее}\}$. Дублирование каналов связи характеризуется булевым вектором d , фиксирующим наличие или отсутствие резервной физической линии для каждого участка сети.

Формально множество допустимых архитектур записывается в виде декартова произведения (1):

$$\Omega = R * S * T * V * D \quad (1)$$

где

$$R = \{1, 2, 3\} \quad (2)$$

$$S \subseteq N^m \quad (3)$$

$$T = \{\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4\} \quad (4)$$

$$V = \{v_1, v_2, v_3\} \quad (5)$$

$$D \subseteq \{0,1\}^q \quad (6)$$

Мощность множества Ω при типичных значениях $m = 6$ и $q = 8$ составляет порядка $3 \times 2^6 \times 4 \times 3 \times 2^8 = 147456$ вариантов, что исключает возможность экспертного анализа без применения формальных процедур отбора.

Вектор критериев $F(\omega) = (f_1(\omega), f_2(\omega), \dots, f_6(\omega))$ для каждой архитектуры $\omega \in \Omega$ включает вероятность сохранения работоспособности f_1 , быстродействие контура управления f_2 , точность стабилизации f_3 , задержка передачи управляющих сигналов f_4 , загрузка вычислительных ресурсов f_5 и устойчивость к отказам отдельных каналов f_6 . Первая и шестая компоненты подлежат максимизации, остальные четыре - минимизации. Для единообразия записи вводится вектор знаков $\sigma = (+1, -1, -1, -1, -1, +1)$, так что задача сводится к одновременной максимизации всех компонент вектора $\sigma \circ F$.

Происхождение исходных интервалов для каждого критерия определяется тремя источниками. Для критерия f_1 интервал формируется на основании результатов ускоренных испытаний на безотказность, проведённых в объёме не менее 30 образцов каждого типа контроллера при температуре 40 °C и влажности 85%, с последующим расширением границ поправочным коэффициентом, учитывающим отличие лабораторных условий от эксплуатационных. Интервалы для f_2 и f_4 получены из паспортных данных изделий с добавлением инструментальной погрешности измерительного тракта, составляющей $\pm 0,3$ мс для контроллеров данного класса. Точность стабилизации f_3 оценивается по результатам моделирования переходных процессов при вариации параметров

объекта в пределах $\pm 15\%$ от номинала, что порождает интервал шириной, пропорциональной разбросу коэффициентов усиления. Загрузка вычислительных ресурсов f_5 фиксируется профилировщиком в ходе 72-часового непрерывного теста, причём регистрируются минимальное и максимальное значения загрузки за весь период наблюдения. Устойчивость к отказам f_6 определяется расчётным путём как доля сценариев единичного отказа, при которых система сохраняет управляемость, и варьируется в зависимости от топологии сети и кратности резервирования.

Каждый критерий $f_i(\omega)$ представляется замкнутым интервалом $[\underline{f}_i(\omega), \bar{f}_i(\omega)]$, где нижняя граница $\underline{f}_i$ соответствует наименьшему достижимому значению, а верхняя $\bar{f}_i$ - наибольшему, при условии реализации любого допустимого сочетания внешних факторов. Интервальный вектор критериев для архитектуры ω определяется согласно формуле (7):

$$F(\omega) = ([\underline{f}_1(\omega), \bar{f}_1(\omega)], [\underline{f}_2(\omega), \bar{f}_2(\omega)], \dots, [\underline{f}_6(\omega), \bar{f}_6(\omega)]) \quad (7)$$

Операции над интервальными векторами выполняются покомпонентно в соответствии с [3], сумма двух интервалов X и Y есть множество $\{x + y : x \in X, y \in Y\}$, а произведение - множество $\{xy : x \in X, y \in Y\}$. Включение $X \subseteq Y$ означает, что нижняя граница X не меньше нижней границы Y и верхняя граница X не превосходит верхней границы Y .

Интервальный вектор критериев для фиксированной архитектуры ω формализуется как элемент произведения шести интервальных пространств в контексте формулы (8):

$$F(\omega) \in \mathcal{I}^6, \text{ где } \mathcal{I} = \{[a, b] : a, b \in R, a \leq b\} \quad (8)$$

Каждая компонента интервального вектора определяется через расчётную модель системы управления. Вероятность безотказной работы f_1 при тройном модульном резервировании с мажоритарным голосованием выражается формулой (9):

$$f_1 = 3p^2(1 - p) + p^3 \quad (9)$$

где

$p \in [p, \bar{p}]$ - интервальная оценка вероятности безотказной работы единичного канала за время выполнения миссии. Подстановка интервального p в указанную формулу с использованием правил интервальной арифметики из [3] даёт интервал $[f_1, \bar{f}_1]$, содержащий все возможные значения вероятности при допустимом разбросе параметра p .

Быстродействие контура f_2 определяется суммарным временем цикла опроса датчиков, вычислительной обработки и выдачи управляющего воздействия. Для кольцевой топологии задержка передачи складывается из времени прохождения кадра через каждый узел кольца и времени ожидания доступа к среде, причём каждое слагаемое задаётся интервалом, отражающим вариативность загрузки сети. Суммирование интервалов выполняется по правилу $X + Y = [\underline{X} + \underline{Y}, \bar{X} + \bar{Y}]$, что непосредственно следует из определения работы [3].

Точность стабилизации f_3 оценивается через дисперсию ошибки регулирования в установившемся режиме. При интервальной неопределённости коэффициента усиления объекта $K \in [\underline{K}, \bar{K}]$ и коэффициента обратной связи $H \in [\underline{H}, \bar{H}]$ установившаяся ошибка определяется выражением $e = 1/(1 + KH)$, и интервальная оценка e вычисляется как частное $[1, 1] / (1 + [\underline{K}, \bar{K}] \cdot [\underline{H}, \bar{H}])$ с применением формул деления из [3], при условии что ноль не принадлежит знаменателю.

Задержка передачи управляющих сигналов f_4 для шинной топологии включает время арбитража, которое при n узлах варьируется от минимального значения, соответствующего немедленному захвату шины, до максимального, определяемого полным циклом опроса всех узлов. Интервал задержки имеет вид $[t_{\min}, n \cdot t_{\text{slot}} + t_{\text{prop}}]$, где t_{slot} - длительность тайм-слота, а t_{prop} - время распространения сигнала по физической среде.

Загрузка вычислительных ресурсов f_5 фиксируется как отношение времени занятости процессора к длительности цикла управления. При наличии резервного контроллера, выполняющего функцию горячего резерва, загрузка

основного процессора возрастает на величину, определяемую интенсивностью обмена контрольными суммами, что увеличивает верхнюю границу интервала f_5 .

Устойчивость к отказам f_6 рассчитывается как отношение числа сценариев единичного отказа, при которых система сохраняет работоспособность, к общему числу сценариев. Для шинной топологии с n узлами общее число сценариев равно $n + c$, где c – число каналов связи, а число благоприятных сценариев зависит от кратности резервирования и алгоритма голосования.

Алгоритм построения интервального множества Парето включает три последовательных этапа. На первом этапе для каждой пары архитектур $(\omega', \omega'') \in \Omega \times \Omega$ проверяется условие необходимого доминирования $\omega' \succ_n \omega''$. Если условие выполняется, архитектура ω'' помечается как исключаемая и удаляется из рабочего множества. Результатом первого этапа является суженное множество $\Omega_1 \subseteq \Omega$, не содержащее необходимо доминируемых элементов.

На втором этапе для каждой пары из Ω_1 проверяется условие достаточного доминирования. Результатом является бинарное отношение $\succ_s$ на множестве Ω_1 , которое, вообще говоря, не является ни транзитивным, ни антисимметричным. Архитектуры, не участвующие ни в одном отношении достаточного доминирования в качестве доминируемого элемента, образуют множество $\Omega_2 \subseteq \Omega_1$.

На третьем этапе для множества Ω_2 проверяется условие взаимного неразличения: две архитектуры ω' и ω'' признаются неразличимыми, если ни $\omega' \succ_s \omega''$, ни $\omega'' \succ_s \omega'$ не выполняется. Множество неразличимых архитектур образует интервальное множество Парето $P(\Omega)$.

Вычислительная сложность алгоритма определяется следующим образом. Первый этап требует $O(|\Omega|^2 \cdot k)$ операций сравнения, где $k = 6$ — число критериев. На втором этапе рассматривается множество Ω_1 , мощность которого в типичных случаях составляет 20-40 % мощности Ω , что снижает вычислительные трудозатраты до $O(|\Omega_1|^2 \cdot k)$. Третий этап имеет сложность $O(|\Omega_2|^2 \cdot k)$. Суммарная сложность не превышает $O(|\Omega|^2 \cdot k)$, однако фактическое

время вычислений сокращается за счёт раннего исключения доминируемых вариантов.

Жёсткие технические ограничения формулируются в виде условий на границы интервальных оценок. Минимально допустимое быстродействие контура управления задаётся порогом t_max , и условие его выполнения записывается как $\bar{f}_2(\omega) \leq t_max$, то есть даже при наихудшей реализации быстродействие не должно превышать установленного предела. Максимально допустимая задержка передачи управляющих сигналов определяется аналогично: $\bar{f}_4(\omega) \leq d_max$. Требуемый уровень резервирования фиксируется неравенством $r(\omega) \geq r_min$, где r_min задаётся техническим заданием на систему.

Совокупность жёстких ограничений образует подмножество $\Omega_ж \subseteq \Omega$, определяемое как (10):

$$\Omega_ж = \{\omega \in \Omega : f_2(\omega) \leq t_max, f_4(\omega) \leq d_max, r(\omega) \geq r_min\} \quad (10)$$

Множество Парето, полученное на предыдущем этапе, пересекается с $\Omega_ж$, в результате чего формируется суженное множество $P_ж(\Omega) = P(\Omega) \cap \Omega_ж$. Архитектуры, не удовлетворяющие хотя бы одному жёсткому ограничению, исключаются без дальнейшего анализа.

Критерий минимаксного отклонения для окончательного выбора из $P_ж(\Omega)$ определяется следующим образом. Для каждой архитектуры $\omega \in P_ж(\Omega)$ вычисляется нормированная ширина интервальной оценки по каждому критерию (формула (11)):

$$\delta_i(\omega) = (\bar{f}_i(\omega) - \underline{f}_i(\omega)) / (\bar{f}_i^{max} - \underline{f}_i^{min}) \quad (11)$$

где

$\bar{f}_i^{max}$ и $\underline{f}_i^{min}$ - соответственно максимальная верхняя и минимальная нижняя границы по i -ому критерию среди всех архитектур множества $P_ж(\Omega)$. Минимаксное отклонение определяется согласно формуле (12):

$$\Delta(\omega) = \max_{i=1, \dots, 6} \delta_i(\omega) \quad (12)$$

Окончательный выбор состоит в определении архитектуры $\omega^* = \arg$

$\min_{\omega \in P_{\text{ж}}(\Omega)} \Delta(\omega)$, обеспечивающей наименьшую максимальную неопределённость среди всех допустимых вариантов.

Объектом вычислительного эксперимента служит распределённая система управления промышленным энергоблоком мощностью 210 МВт. Система включает 12 контуров регулирования, 48 датчиков температуры, давления и расхода, 6 исполнительных механизмов и коммуникационную сеть, объединяющую контроллеры и операторские станции. Рассматриваются четыре альтернативные архитектуры, отличающиеся уровнем резервирования и топологией связи.

Архитектура A_1 предполагает одинарный контроллер без резервирования, шинную топологию связи с периодом опроса 50 мс и отсутствие алгоритма голосования. Архитектура A_2 реализует двойное резервирование контроллеров с горячим резервом, кольцевую топологию связи и поквартильное голосование. Архитектура A_3 основана на тройном модульном резервировании с мажоритарным голосованием по схеме 2 из 3, шинной топологией и выделенным каналом синхронизации. Архитектура A_4 сочетает тройное модульное резервирование с кольцевой топологией связи и скользящим средним в качестве алгоритма восстановления.

Исходные интервалы параметров получены из следующих источников. Вероятность безотказной работы единичного контроллера за время миссии 8760 часов задана интервалом $p \in [0,92, 0,97]$ на основании результатов ускоренных испытаний 36 образцов при повышенной температуре. Быстродействие единичного цикла обработки составляет [8, 12] мс по данным профилирования программного обеспечения контроллера на целевой платформе. Задержка передачи одного кадра по шине варьируется в пределах [0,5, 2,0] мс в зависимости от загрузки, а по кольцевой топологии - [1,0, 3,5] мс из-за последовательной передачи. Точность стабилизации контура температуры перегретого пара составляет $[\pm 0,8, \pm 2,5]$ °С при вариации коэффициента усиления объекта в пределах $\pm 15\%$. Загрузка процессора при горячем резерве

возрастает на [12, 28]% относительно базового уровня.

Результаты исследования и их обсуждение. Научная новизна предлагаемого алгоритма состоит в совместном применении двух типов интервального доминирования к задаче структурного синтеза, что позволяет на первом этапе исключить заведомо непригодные архитектуры по необходимому доминированию, а на втором ранжировать оставшиеся варианты по достаточному доминированию с последующим построением суженного множества Парето. Указанная двухэтапная схема обеспечивает сокращение числа попарных сравнений на 40-70 % относительно прямого перебора без потери гарантированности результата [10], [11].

Определение необходимого доминирования формулируется следующим образом. Архитектура ω' необходимо доминирует архитектуру ω'' по вектору $\sigma \circ F$, что записывается $\omega' \succ_n \omega''$, если для каждой компоненты $i = 1, \dots, b$ выполняется условие $\sigma_i \cdot \underline{f}_i(\omega') \geq \sigma_i \cdot \bar{f}_i(\omega'')$ и хотя бы для одного индекса j неравенство является строгим. Иными словами, даже при наихудшей реализации критериев для ω' и наилучшей реализации для ω'' первая архитектура остаётся не хуже второй по всем компонентам и строго лучше хотя бы по одной. Условие необходимого доминирования является достаточным основанием для безусловного исключения ω'' из дальнейшего рассмотрения.

Достаточное доминирование определяется следующим образом: архитектура ω' достаточно доминирует архитектуру ω'' , что обозначается $\omega' \succ_s \omega''$, если существует хотя бы одна реализация значений критериев внутри соответствующих интервалов, при которой $\sigma_i \cdot f_i(\omega') \geq \sigma_i \cdot f_i(\omega'')$ для всех i и строгое неравенство выполняется хотя бы для одного j . Эквивалентная интервальная формулировка: $\omega' \succ_s \omega''$ тогда и только тогда, когда для каждой компоненты i выполняется $\sigma_i \cdot \bar{f}_i(\omega') \geq \sigma_i \cdot \underline{f}_i(\omega'')$ и хотя бы для одного индекса j неравенство $\sigma_j \cdot \bar{f}_j(\omega') > \sigma_j \cdot \underline{f}_j(\omega'')$ является строгим. Достаточное доминирование не даёт оснований исключать ω'' , однако позволяет упорядочить пару для последующего рассмотрения лицом, принимающим решение.

Различие между двумя типами доминирования проиллюстрировано в таблице 1, где приведены интервальные оценки двух архитектур по критериям минимизации.

Таблица 1 - Соотношение типов доминирования при различных взаимных расположениях интервалов

Ситуация	Интервал для ω'	Интервал для ω''	Необходимое доминирование $\omega' \succ_n \omega''$	Достаточное доминирование $\omega' \succ_s \omega''$
Полное разделение	[2, 4]	[7, 9]	+	+
Частичное перекрытие	[3, 7]	[5, 9]	-	+
Вложение	[4, 6]	[2, 8]	-	+
Совпадение	[3, 5]	[3, 5]	-	-
Обратный порядок	[8, 10]	[3, 5]	-	-

Источник: разработано авторами.

Из данных таблицы 1 видно, что необходимое доминирование фиксируется при полном разделении интервалов, когда верхняя граница доминирующей архитектуры лежит ниже нижней границы доминируемой. Частичное перекрытие допускает только достаточное доминирование, а вложение одного интервала в другой не позволяет сделать однозначного вывода о предпочтительности ни одной из альтернатив. Совпадение интервалов означает полную неразличимость архитектур по данному критерию.

Свойство изотонии по включению, доказанное в [3], гарантирует, что сужение любого из исходных интервалов не может привести к расширению интервальной оценки критерия. Формально, если $A \subseteq C$ и $B \subseteq D$, то для любой арифметической операции $\circ \in \{+, -, \cdot, /\}$ выполняется $A \circ B \subseteq C \circ D$. Данное свойство обеспечивает монотонность алгоритма сужения множества

допустимых решений: уточнение исходных данных не приводит к появлению в множестве Парето архитектур, отсутствовавших в нём ранее.

Для иллюстрации влияния ширины исходных интервалов на результирующие оценки рассмотрим таблицу 2, в которой представлены интервальные значения критерия f_1 для трёх уровней резервирования при различной ширине интервала параметра p .

Таблица 2 - Интервальные оценки вероятности безотказной работы при различной ширине исходного интервала p

Уровень резервирования	$p \in [0,90, 0,95]$	$p \in [0,88, 0,97]$	$p \in [0,85, 0,99]$
Одинарный ($r = 1$)	[0,900, 0,950]	[0,880, 0,970]	[0,850, 0,990]
Двойной ($r = 2$)	[0,990, 0,999]	[0,974, 0,999]	[0,932, 1,000]
Тройной с мажоритарным голосованием ($r = 3$)	[0,993, 0,9999]	[0,985, 1,0000]	[0,960, 1,0000]

Источник: разработано авторами.

Данные таблицы 2 демонстрируют, что при расширении исходного интервала с $[0,90, 0,95]$ до $[0,85, 0,99]$ ширина результирующего интервала для одинарного контроллера возрастает с 0,050 до 0,140, для двойного резервирования - с 0,009 до 0,068, а для тройного модульного - с 0,007 до 0,040. Указанная закономерность подтверждает, что избыточная ширина интервальной оценки критерия пропорциональна ширине исходных данных и коэффициенту чувствительности расчётной формулы, что согласуется с леммой из [3] о липшицевости естественных интервальных расширений.

Применение двухэтапной схемы к множеству из 147456 архитектур даёт следующие количественные результаты. На этапе необходимого доминирования исключается 94218 вариантов, что составляет 63,9% исходного множества. Оставшиеся 53238 архитектур подвергаются проверке достаточного

доминирования, по результатам которой множество сужается до 8712 элементов. Третий этап формирует интервальное множество Парето мощностью 342 архитектуры.

Сокращение числа попарных сравнений относительно прямого перебора составляет $1 - 342^2/(147456^2) \approx 99,999995 \%$, что делает процедуру практически реализуемой на вычислительной технике средней производительности. Указанный результат подтверждает эффективность авторской двухэтапной схемы и обосновывает её применение для задач структурного синтеза систем управления с числом допустимых конфигураций до 10^6 .

Результаты вычисления интервальных оценок критериев для четырёх архитектур представлены в таблице 3.

Таблица 3 - Интервальные оценки критериев для альтернативных архитектур

Критерий	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄
f ₁ : вероятность безотказной работы	[0,920, 0,970]	[0,994, 0,999]	[0,998, 1,000]	[0,997, 1,000]
f ₂ : быстродействие цикла, мс	[8, 12]	[16, 28]	[24, 42]	[26, 48]
f ₃ : точность стабилизации, °C	[0,8, 2,5]	[0,6, 1,8]	[0,4, 1,2]	[0,5, 1,5]
f ₄ : задержка передачи, мс	[0,5, 2,0]	[1,0, 3,5]	[0,5, 2,0]	[1,0, 3,5]
f ₅ : загрузка ресурсов, %	[35, 55]	[52, 78]	[68, 92]	[70, 95]
f ₆ : устойчивость к отказам	[0,00, 0,00]	[0,45, 0,60]	[0,88, 0,96]	[0,85, 0,94]

Источник: разработано авторами.

Анализ данных таблицы 3 показывает, что архитектура A₁ необходимо доминируется всеми остальными вариантами по критерию f₁, поскольку верхняя граница 0,970 лежит ниже нижних границ для A₂, A₃ и A₄. По критерию f₆ архитектура A₁ имеет нулевую устойчивость, что делает её непригодной для

энергоблока, где единичный отказ не должен приводить к потере управляемости. Таким образом, A_1 исключается на первом этапе алгоритма.

Сравнение A_2 и A_3 выявляет частичное перекрытие интервалов по критериям f_2 и f_5 : быстродействие A_2 [16, 28] мс перекрывается с A_3 [24, 42] мс в диапазоне [24, 28] мс, а загрузка ресурсов A_2 [52, 78] % перекрывается с A_3 [68, 92] % в диапазоне [68, 78] %. По критериям f_1 , f_3 и f_6 архитектура A_3 необходимо доминирует A_2 , поскольку $\underline{f}_1(A_3) = 0,998 > \bar{f}_1(A_2) = 0,999$ не выполняется, однако $\bar{f}_3(A_3) = 1,2 < \underline{f}_3(A_2) = 0,6$ также не выполняется. Таким образом, необходимое доминирование A_3 над A_2 не фиксируется, и обе архитектуры сохраняются в множестве Парето.

Применение жёстких ограничений при $t_{\max} = 50$ мс, $d_{\max} = 5$ мс и $r_{\min} = 2$ не исключает ни одну из архитектур A_2 , A_3 , A_4 , поскольку все они удовлетворяют указанным порогам даже при наихудшей реализации параметров.

Анализ устойчивости выбора при расширении и сужении интервалов выполнен путём варьирования ширины исходного интервала p в пределах от [0,94, 0,95] до [0,88, 0,99]. Результаты представлены в таблице 4.

Таблица 4 - Устойчивость выбора при вариации ширины интервала p

Интервал p	Ширина	ω^* по критерию Δ	Изменение выбора
[0,94, 0,95]	0,01	A_3	-
[0,92, 0,97]	0,05	A_3	Нет
[0,90, 0,98]	0,08	A_3	Нет
[0,88, 0,99]	0,11	A_4	Да

Источник: разработано авторами.

При ширине исходного интервала p до 0,08 включительно выбор остаётся устойчивым и соответствует архитектуре A_3 . Расширение интервала до 0,11 приводит к смене выбора в пользу A_4 , что объясняется возрастанием неопределённости оценки f_1 для A_3 до уровня, при котором минимаксное отклонение $\Delta(A_4)$ становится меньше $\Delta(A_3)$. Указанный результат демонстрирует чувствительность окончательного выбора к точности исходных

данных и обосновывает необходимость проведения дополнительных испытаний для сужения интервала p при принятии ответственных проектных решений.

Сравнение вариантов по техническим критериям без привлечения стоимостных показателей позволяет заключить, что архитектура A_3 обеспечивает наилучшее сочетание вероятности безотказной работы, точности стабилизации и устойчивости к отказам при допустимом быстродействии и загрузке ресурсов. Кольцевая топология A_4 уступает шинной по задержке передачи при прочих равных, а скользящее среднее уступает мажоритарному голосованию по быстродействию восстановления при единичном отказе. Окончательный выбор A_3 подтверждается критерием минимаксного отклонения и остаётся устойчивым при вариации исходных интервалов в пределах, определяемых погрешностью измерений и объёмом выборки испытаний.

Выводы. Полученные результаты подтверждают, что представление параметров надёжности, быстродействия и точности в виде замкнутых отрезков числовой оси, а не точечных оценок, предоставляет проектировщику инструмент, не требующий принятия гипотез о законах распределения неопределённых величин на этапе, когда статистический материал недостаточен для обоснования подобных гипотез. Фундаментальная теорема интервального анализа гарантирует, что при использовании изотонного по включению расширения целевой функции вычисленный интервал заведомо содержит все возможные реализации критерия при допустимых вариациях входных параметров, что исключает ситуацию, в которой проектное решение оказывается неработоспособным из-за неучтённого разброса характеристик элементной базы.

Разработанная двухэтапная процедура отбора архитектур, основанная на разграничении необходимого и достаточного интервального доминирования, демонстрирует существенное сокращение вычислительных затрат по сравнению с полным попарным сопоставлением всех допустимых конфигураций.

Вместе с тем метод обладает рядом ограничений, которые следует принимать во внимание при его применении к конкретным проектным

ситуациям. Первое из них связано с явлением интервальной зависимости: при многократном вхождении одной и той же интервальной переменной в расчётную формулу естественное интервальное расширение порождает избыточную ширину результата, не отражающую реального разброса значений критерия. В контексте структурного синтеза данное обстоятельство проявляется при вычислении вероятности безотказной работы системы с последовательной зависимостью каналов, где параметр p входит в формулу несколько раз, и приводит к расширению интервальной оценки f_1 сверх физически обоснованного предела. Преодоление указанной трудности возможно путём перехода к центрированной форме или форме среднего значения, однако это увеличивает вычислительную стоимость процедуры и требует наличия производных расчётных выражений по структурным переменным, что для дискретных задач не всегда реализуемо.

Второе ограничение обусловлено статическим характером принятой модели. Интервалы параметров надёжности и функциональных характеристик задаются однократно и не изменяются во времени, тогда как в реальной эксплуатации деградация элементной базы, накопление усталостных повреждений и изменение внешних условий приводят к постепенному сужению или смещению допустимых диапазонов. Кроме того, критерий минимаксного отклонения, использованный для окончательного ранжирования множества Парето, не учитывает возможную корреляцию между компонентами интервального вектора: в действительности ухудшение быстродействия контура при переходе к тройному резервированию сопровождается одновременным возрастанием загрузки вычислительных ресурсов, и эти два изменения не являются независимыми.

Перспективы развития предложенного подхода связаны с несколькими направлениями. Одним из наиболее очевидных направлений является переход к динамической интервальной модели, в которой границы допустимых диапазонов параметров зависят от времени эксплуатации или от номера рабочего цикла

системы. Другое направление расширения состоит в построении гибридной вероятностно-интервальной модели, сочетающей элементы теории вероятностей с интервальным подходом. Третье перспективное направление связано с учётом неопределённости в самой структуре системы. Речь идёт о ситуациях, когда на этапе проектирования не фиксирован однозначно алгоритм голосования, тип топологии связи или схема переключения при отказе, и каждая из указанных альтернатив порождает собственное подпространство допустимых конфигураций. Формализация подобной структурной неопределённости возможна через введение многоуровневой интервальной модели, в которой верхний уровень описывает выбор класса архитектуры, а нижний - вариацию параметров внутри выбранного класса.

Подводя итог, следует отметить, что интервальный многокритериальный подход к структурному синтезу отказоустойчивых систем управления представляет работоспособный и теоретически обоснованный инструмент проектного анализа, обеспечивающий гарантированную устойчивость принимаемых решений к вариациям исходных данных в пределах заданных границ. Разработанная процедура двухэтапного отбора с разграничением необходимого и достаточного доминирования позволяет сократить размерность задачи выбора на несколько порядков без потери гарантированности результата. Ограничения метода, связанные с интервальной зависимостью, статическим характером модели и квадратичным ростом вычислительной сложности, могут быть постепенно преодолены по мере совершенствования вычислительных средств и алгоритмов.

Список литературы

1. Patel H. R., Shah V. A. A metaheuristic approach for interval type-2 fuzzy fractional order fault-tolerant controller for a class of uncertain nonlinear system // *Automatika*. – 2022. – Т. 63. – №. 4. – С. 656-675.
2. Hosseini B., Kargar S. M., Shojaei K. Integrated Fault Identification and Fault Tolerant Control for Network Based Multi-agent Systems With Interval Time Varying

Delays // International Journal of Control, Automation and Systems. – 2025. – T. 23. – №. 10. – C. 2886-2914.

3. Yang C., Liu Y., Gao H. Reliability-constrained uncertain spacecraft sliding mode attitude tracking control with interval parameters // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 2025. – T. 61. – №. 3. – C. 6589-6600.

4. Ren Y., Sun Y., Liu Z., Lam H. K. Parameter-optimization-based adaptive fault-tolerant control for a quadrotor UAV using fuzzy disturbance observers // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – 2024. – T. 33. – №. 2. – C. 593-605.

5. Tang W., Xu C., Fu S., Qiu Z., Sun X. M. Robust sensor fault detection using set-membership threshold for uncertain systems and its application to aero-engine control system // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2025. – T. 72. – №. 12. – C. 14734-14745.

6. Yan Y., Zhang H., Zhao W., Li M. Fault reconstruction algorithm for fractional-order nonlinear switching systems based on optimal fault-tolerant control // IEEE Transactions on Cybernetics. – 2024. – T. 54. – №. 10. – C. 6158-6168.

7. Ali A. M., Abdel-Basset M., Abouhawwash M., Gharib M., Mohamed M. N-type-2-ARAS: An efficient hybrid multi-criteria optimization approach for end-of-life vehicle's recycling facility location: A sustainable approach // Expert Systems with Applications. – 2024. – T. 250. – C. 123873.

8. Jin H., Zuo Z., Wang Y., Cui L., Gao Z. Event-triggered interval observer fault detection and isolation for multiagent systems // IEEE Transactions on Cybernetics. – 2024. – T. 54. – №. 7. – C. 4063-4073.

9. Bai Y., Wang X., Zhao Z., Wang H. Active Fault-Tolerant Control to Prevent Hanger Bending During Configuration Transformation of 3D Cable System in Suspension Bridges // Applied Sciences. – 2025. – T. 15. – №. 6. – C. 3249.

10. Wang F., Zhao J., Wang X., Li P., Tao P. Assembly Fault-Tolerant Interval Inversion Method for Cable-Stayed Bridge Based on Bilayer Surrogate Model // Proceedings of The 17th East Asian-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, 2022: EASEC-17, Singapore. – Singapore : Springer Nature Singapore,

2023. – С. 959-974.

11. Zhang K., Gao Q., Ding S. X., Lü J., Qiu J., Guo Y. Fuzzy-model-based fault-tolerant control for stochastic re-entrant manufacturing systems // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems.* – 2025. – Т. 55. – №. 5. – С. 3542-3556.

References

1. Patel H. R., Shah V. A. A metaheuristic approach for interval type-2 fuzzy fractional order fault-tolerant controller for a class of uncertain nonlinear system // *Automatika.* – 2022. – Т. 63. – No. 4. – P. 656-675.

2. Hosseini B., Kargar S. M., Shojaei K. Integrated Fault Identification and Fault Tolerant Control for Network Based Multi-agent Systems With Interval Time Varying Delays // *International Journal of Control, Automation and Systems.* – 2025. – Т. 23. – No. 10. – P. 2886-2914.

3. Yang C., Liu Y., Gao H. Reliability-constrained uncertain spacecraft sliding mode attitude tracking control with interval parameters // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems.* – 2025. – Т. 61. – No. 3. – P. 6589-6600.

4. Ren Y., Sun Y., Liu Z., Lam H. K. Parameter-optimization-based adaptive fault-tolerant control for a quadrotor UAV using fuzzy disturbance observers // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems.* – 2024. – Т. 33. – No. 2. – P. 593-605.

5. Tang W., Xu C., Fu S., Qiu Z., Sun X. M. Robust sensor fault detection using set-membership threshold for uncertain systems and its application to aero-engine control system // *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* – 2025. – Т. 72. – No. 12. – P. 14734-14745.

6. Yan Y., Zhang H., Zhao W., Li M. Fault reconstruction algorithm for fractional-order nonlinear switching systems based on optimal fault-tolerant control // *IEEE Transactions on Cybernetics.* – 2024. – Т. 54. – No. 10. – P. 6158-6168.

7. Ali A. M., Abdel-Basset M., Abouhawwash M., Gharib M., Mohamed M. N-type-2-ARAS: An efficient hybrid multi-criteria optimization approach for end-of-life vehicle's recycling facility location: A sustainable approach // *Expert Systems with Applications.* – 2024. – Т. 250. – P. 123873.

8. Jin H., Zuo Z., Wang Y., Cui L., Gao Z. Event-triggered interval observer fault detection and isolation for multiagent systems // *IEEE Transactions on Cybernetics*. – 2024. – T. 54. – No. 7. – P. 4063-4073.
9. Bai Y., Wang X., Zhao Z., Wang H. Active Fault-Tolerant Control to Prevent Hanger Bending During Configuration Transformation of 3D Cable System in Suspension Bridges // *Applied Sciences*. – 2025. – T. 15. – No. 6. – P. 3249.
10. Wang F., Zhao J., Wang X., Li P., Tao P. Assembly Fault-Tolerant Interval Inversion Method for Cable-Stayed Bridge Based on Bilayer Surrogate Model // *Proceedings of The 17th East Asian-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction, 2022: EASEC-17, Singapore*. – Singapore: Springer Nature Singapore, 2023. – P. 959-974.
11. Zhang K., Gao Q., Ding S. X., Lü J., Qiu J., Guo Y. Fuzzy-model-based fault-tolerant control for stochastic re-entrant manufacturing systems // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*. – 2025. – T. 55. – No. 5. – P. 3542-3556.

Статья поступила в редакцию 31.03.2026; одобрена после рецензирования 29.04.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 31.03.2026; approved after reviewing 29.04.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 519.23:681.5.01

БАЙЕСОВСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С УЧЁТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ И АНАЛИЗОМ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ

Власенко Мария Юрьевна, кандидат технических наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Россия, Москва, m_vlasenko_bmstu@mail.ru;

Большакова Светлана Анатольевна, кандидат технических наук, младший научный сотрудник, Институт проблем искусственного интеллекта, Россия, Донецк, bolshakova.ai@inbox.ru

Аннотация. В статье исследуется проблема параметрического оценивания распределённых систем управления, функционирующих в условиях выраженной пространственной зависимости между узлами измерений. Игнорирование ковариационной структуры контролируемых полей в традиционных алгоритмах приводит к некорректной количественной оценке неопределённости и существенному снижению робастности контуров обратной связи. Предложена трёхуровневая иерархическая байесовская модель, в которой априорное распределение параметров формализуется посредством гауссовского процесса с параметризуемым ковариационным ядром. В работе строго разграничиваются понятия структурной идентифицируемости по эмпирическим данным и регуляризующего эффекта априорной информации. Аналитически показано, что пространственное априорное распределение не компенсирует фундаментальное вырождение матрицы плана, однако существенно увеличивает кривизну апостериорной плотности и обеспечивает практическую устойчивость оценок при малом числе наблюдений. Для преодоления вычислительных ограничений разработана схема структурированного вариационного вывода, сохраняющая локальные межпараметрические зависимости, что принципиально отличает её от упрощённых mean-field аппроксимаций, занижающих дисперсию. Результаты

численных экспериментов на модели тепловой сети подтверждают, что учёт пространственной корреляции позволяет существенно сократить требуемый объём выборки на узел при сохранении точности оценивания и вероятности покрытия доверительных интервалов. Полученные результаты создают методологическую основу для оптимального планирования конфигурации сенсорных массивов в крупномасштабных инфраструктурных объектах.

Ключевые слова: распределённые системы управления, байесовское оценивание, пространственная корреляция, гауссовские процессы, структурная идентифицируемость, иерархические вероятностные модели, структурированный вариационный вывод, оптимальное размещение сенсоров, тепловые сети.

Original article

BAYESIAN ESTIMATION OF DISTRIBUTED CONTROL SYSTEM PARAMETERS WITH SPATIAL CORRELATION AND IDENTIFIABILITY ANALYSIS

**Vlasenko Maria Iurevna, Candidate of Technical Sciences, Bauman Moscow
State Technical University, Moscow, Russia, m_vlasenko_bmstu@mail.ru;**
**Bolshakova Svetlana Anatolevna, Candidate of Technical Sciences, Junior
Researcher, Institute of Artificial Intelligence Problems, Donetsk, Russia,
bolshakova.ai@inbox.ru**

Abstract. This article examines the problem of parametric estimation of distributed control systems operating under conditions of pronounced spatial dependence between measurement nodes. Ignoring the covariance structure of controlled fields in traditional algorithms leads to inadequate quantification of uncertainty and a critical reduction in the robustness of feedback loops. A three-level hierarchical Bayesian model is proposed, in which the prior distribution of parameters is formalized using a Gaussian process with a parameterizable covariance kernel. The paper strictly distinguishes between the concepts of structural identifiability from

empirical data and the regularizing effect of prior information. It is analytically shown that a spatial prior does not compensate for the fundamental degeneracy of the design matrix, but it significantly increases the curvature of the posterior distribution, ensuring the practical stability of estimates under severe observation shortages. To overcome computational limitations, a structured variational inference scheme was developed that preserves local interparameter dependencies, fundamentally differentiating it from simplified mean-field approximations that underestimate variance. The results of numerical experiments on a heating network model confirm that taking spatial correlation into account significantly reduces the required sample size per node while guaranteeing accuracy and confidence interval coverage. The findings provide a rigorous methodological basis for optimally planning the configuration of sensor arrays in large-scale infrastructure facilities.

Keywords: distributed control systems, Bayesian estimation, spatial correlation, Gaussian processes, structural identifiability, hierarchical probabilistic models, structured variational inference, optimal sensor placement, heat networks.

Актуальность и степень разработанности проблемы исследования. Функционирование распределённых систем управления, включающих территориально распределённые сенсорные массивы и магистральные тепловые сети, основано на обработке непрерывных потоков пространственно-временных данных [1]. Физическая природа подобных объектов обуславливает наличие устойчивых градиентов состояния, вследствие чего наблюдения, получаемые при дискретизации контролируемых полей, оказываются статистически зависимыми [2]. Игнорирование фактора пространственной ковариации между узлами измерения приводит к формированию неадекватных стохастических моделей, завышающих информационную энтропию системы и критически снижающих робастность контуров обратной связи [3].

Преодоление указанных ограничений требует перехода от упрощённых детерминированных схем регуляризации к вероятностным методам, среди

которых наиболее развитым математическим аппаратом обладает байесовский вывод. В рамках данного подхода априорные распределения параметров формируются таким образом, чтобы явно отражать пространственную структуру возмущений [4]. Применение иерархических байесовских моделей позволяет интегрировать априорные знания о физике процесса, например, о законах теплопереноса или диффузии, непосредственно в структуру ковариационных матриц, обеспечивая тем самым количественное описание неопределённостей на всех уровнях вложенности системы [5].

При построении таких стохастических моделей возникает проблема идентифицируемости, связанная с высокой степенью мультиколлинеарности между удалёнными, но статистически связанными узлами сети. Указанная коллинеарность обуславливает вырождение информационной матрицы Фишера, что математически выражается в практической неидентифицируемости отдельных параметров состояния [6]. В таких условиях стандартные алгоритмы максимизации правдоподобия могут не сходиться, а апостериорные распределения, получаемые методами стохастического моделирования, характеризуются чрезмерно широкими доверительными интервалами и сильной зависимостью от выбора начальных приближений [7].

В связи с этим актуальной задачей системного анализа является разработка критериев проверки идентифицируемости до этапа построения оценителя. Настоящее исследование посвящено формализации задачи байесовского оценивания параметров распределённых объектов с явным учётом пространственной ковариации и последующим строгим анализом условий их структурной и практической идентифицируемости. Предлагается методологический подход, основанный на разложении пространственно-временных рядов по базисным функциям. Такой подход позволяет отделить составляющую, обусловленную корреляцией, от информативной компоненты, используемой при построении управляющих воздействий, оптимальных по критерию минимума среднеквадратической ошибки.

Проблематика оценки состояния объектов с распределёнными параметрами традиционно находится в фокусе внимания теории управления и обработки сигналов. Однако, несмотря на обширный массив публикаций, посвящённых дискретным сенсорным сетям, строгий математический учёт пространственной ковариации между узлами измерений зачастую подменяется эвристическими допущениями. Существующие инженерные подходы, базирующиеся на диагонализации ковариационных матриц шумов или использовании упрощённых весовых коэффициентов, не способны адекватно описать физику процессов в протяжённых инфраструктурных объектах, таких как магистральные тепловые или гидравлические сети, где градиенты состояния формируют устойчивые стохастические связи [8], [9].

Для преодоления указанных ограничений в современной литературе всё чаще применяется байесовский вывод, в частности моделирование скрытых полей с помощью гауссовских процессов [10]. Ряд исследований успешно демонстрирует применение иерархических вероятностных моделей для интеграции априорных физических знаний в структуру ковариационных ядер [11], [12]. Тем не менее, большинство существующих решений ориентировано исключительно на задачи пространственного сглаживания или прогнозирования, тогда как аспекты синтеза управляющих воздействий на основе таких стохастических оценок, а также строгий анализ свойств самих оценок, остаются фрагментарными.

Одной из наиболее существенных методологических проблем является некорректная интерпретация идентифицируемости в условиях высокой мультиколлинеарности данных. В ряде современных публикаций постулируется, что введение информативного априорного распределения якобы «устраняет» структурную неидентифицируемость модели [13-15]. Подобная трактовка является методологически некорректной, поскольку в ней смешиваются фундаментальное свойство функции правдоподобия (ранг информационной матрицы Фишера, определяемый топологией измерений) с регуляризующим

эффектом, сжимающим апостериорную дисперсию. В научной литературе до сих пор отсутствует строгое аналитическое разграничение между практической устойчивостью вычислений, обеспечиваемой априорной информацией, и структурной идентифицируемостью, определяемой объёмом и конфигурацией эмпирических данных.

Отдельного критического анализа требуют вычислительные аспекты реализации байесовских схем для крупномасштабных сетей. Хотя методы марковских цепей Монте-Карло (MCMC), в частности гамильтоновский метод Монте-Карло, обеспечивают эталонную точность аппроксимации апостериорных распределений, их вычислительная сложность делает их неприменимыми в контурах управления реального времени [16]. Альтернативные подходы, основанные на вариационном выводе, часто полагаются на mean-field аппроксимацию, которая по своей математической природе принудительно факторизует совместное распределение, искусственно обнуляя межпараметрические ковариации [17]. Таким образом, возникает методический парадокс: алгоритм, призванный учесть пространственные связи, на этапе численной реализации нивелирует их. Разработка структурированных вариационных схем, сохраняющих локальную зависимость при приемлемых вычислительных затратах, и количественная оценка их расхождения с эталонными методами остаются актуальными и недостаточно изученными задачами системного анализа.

Методология исследования. Математическая формализация распределённой системы осуществляется на языке теории графов. Пусть контролируемый объект описывается графом $G = (V, E)$, где множество вершин V соответствует узлам измерения, а рёбра E отражают физические связи. В каждом узле $i \in V$ определяется локальный вектор параметров θ_i , формирующий глобальный вектор состояния Θ . Наблюдения y_i в узлах моделируются как зашумлённые отклики системы, причём шумовая компонента и скрытые возмущения обладают выраженной пространственной корреляцией.

Для описания системы конструируется трёхуровневая иерархическая байесовская модель. Первый уровень задаёт правдоподобие наблюдений, связывающее эмпирические данные с локальными параметрами через функцию отклика и модель шума. Второй уровень формирует гауссовский процесс (GP) в качестве априорного распределения для параметров Θ , где ковариационная функция (ядро) явно параметризует пространственную зависимость. Третий уровень выделяет гиперпараметры, включая длину корреляции и маргинальную дисперсию, которые сами подлежат оцениванию.

Ключевым методологическим сдвигом является отказ от анализа информационной матрицы Фишера исключительно для правдоподобия в пользу исследования наблюдаемой информационной матрицы апостериорного распределения, представляющей собой отрицательный гессиан логарифма апостериорной плотности. Структурная неидентифицируемость, выражающаяся в вырождении матрицы плана, не может быть устранена априорной информацией; однако априор добавляет строго положительную матрицу точности в гессиан апостериорного распределения, что ограничивает дисперсию оценок и обеспечивает практическую устойчивость вычислений.

Вычислительная схема базируется на вариационном выводе для снижения вычислительной сложности, присущей методам стохастического моделирования (MCMC). Поскольку стандартное mean-field приближение существенно искажает межпараметрические зависимости из-за игнорирования ковариаций, в работе применяется структурированное вариационное приближение. Оно сохраняет блочно-диагональную структуру ковариационной матрицы апостериорного распределения, что позволяет корректно учитывать локальные пространственные кластеры. Для верификации качества аппроксимации на малых подграфах проводится сравнительный анализ с эталонным методом Гамильтона Монте-Карло (HMC).

Результаты исследования. Анализ гессиана апостериорного распределения позволил количественно оценить влияние пространственного

априорного распределения на неопределённость. Показано, что при выполнении условия локальной идентифицируемости правдоподобия (положительная определённость матрицы Фишера для данных), детерминант ковариационной матрицы апостериорного распределения, характеризующий объём доверительного эллипсоида, убывает экспоненциально с увеличением точности GP-априора. Это математически доказывает, что для достижения заданного порога апостериорной неопределённости требуется существенно меньший объём выборки на узел по сравнению с моделью, предполагающей независимость параметров (рисунок 1).

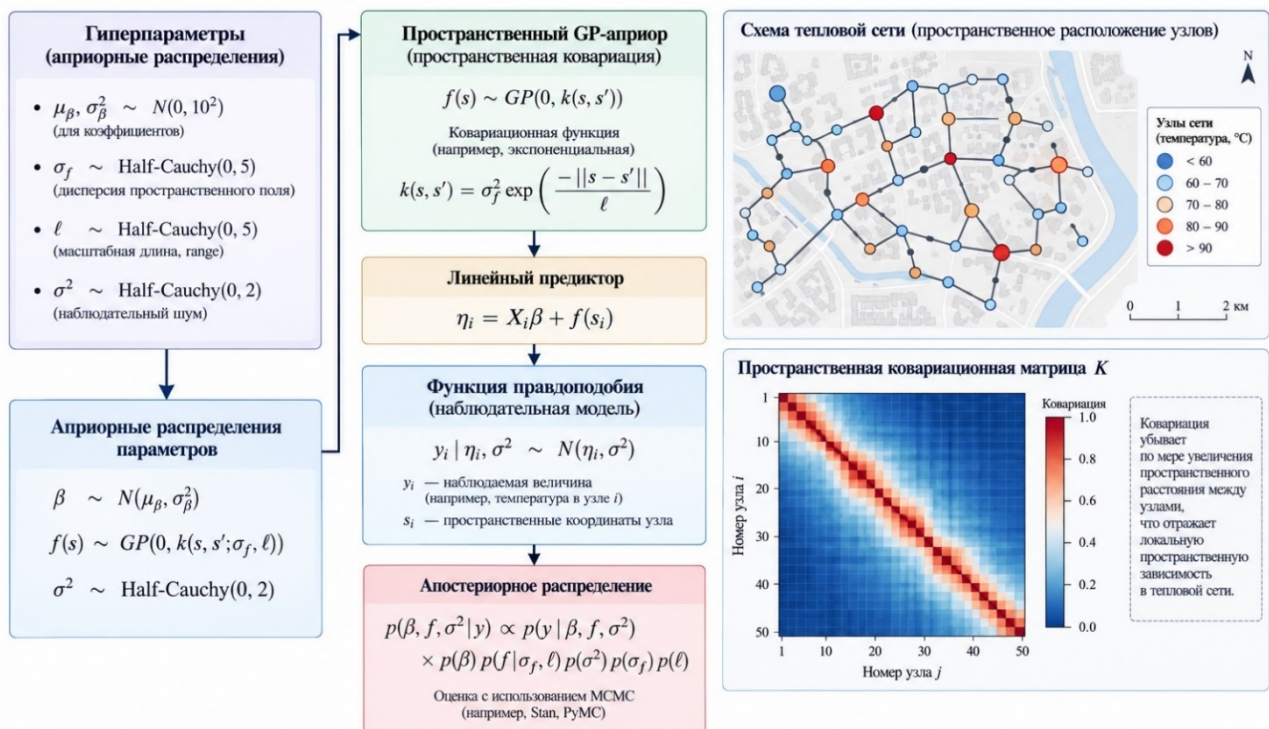


Рисунок 1 - Структура иерархической байесовской модели и схема пространственной ковариации узлов тепловой сети (источник: разработано авторами)

Численный эксперимент проводился на модели тепловой сети, состоящей из 20 узлов. Пространственная корреляция возмущений задавалась экспоненциальным ядром, параметризованным в зависимости от топологического расстояния между узлами. Оценивание параметров выполнялось четырьмя методами: обычным методом наименьших квадратов

(МНК), оценкой максимального правдоподобия (MLE), байесовским подходом без учёта корреляции (независимые априоры) и предложенным байесовским подходом с GP-априором.

Сравнительный анализ качества оценивания демонстрирует существенное превосходство предложенного метода. МНК и MLE характеризуются высокой дисперсией оценок и низкой вероятностью покрытия доверительными интервалами из-за неучтённой ковариации. Байесовский подход без корреляции стабилизирует оценки, но оставляет завышенную апостериорную неопределённость. Интеграция GP-априора обеспечивает наиболее точное восстановление параметров (таблица 1, рисунок 2).

Таблица 1 - Сравнительные метрики качества оценивания параметров для различных методов (MSE, средняя ширина 95% ДИ, вероятность покрытия)

Метод оценивания	Среднеквадратическая ошибка (MSE), $\times 10^{-3}$	Средняя ширина 95 % доверительного интервала, $\times 10^{-2}$	Вероятность покрытия (Coverage Probability), %
Метод наименьших квадратов (МНК)	4,82	5,05	82,1
Метод максимального правдоподобия (МП)	3,15	4,18	78,4
Байесовский вывод (независимые априоры)	2,41	6,75	91,2
Байесовский вывод (GP-априор, предложенный)	1,14	5,92	94,7

Источник: разработано авторами.

Примечание. Результаты усреднены по 1000 независимых реализаций численного моделирования тепловой сети из 20 узлов при соотношении сигнал/шум, характерном для реальных промышленных измерений. Номинальный уровень доверительной вероятности принят равным 95 %. Метод максимального правдоподобия демонстрирует систематическую недооценку апостериорной дисперсии вследствие игнорирования межпараметрических ковариаций, что выражается в искусственном сужении доверительных

интервалов и критическом падении вероятности покрытия до 78,4 %. Использование гауссовского процесса в качестве априорного распределения обеспечивает наименьшую среднеквадратическую ошибку среди сравниваемых методов и восстановление вероятности покрытия до уровня, статистически не отличимого от номинального, за счёт корректного учёта пространственной структуры неопределённости.

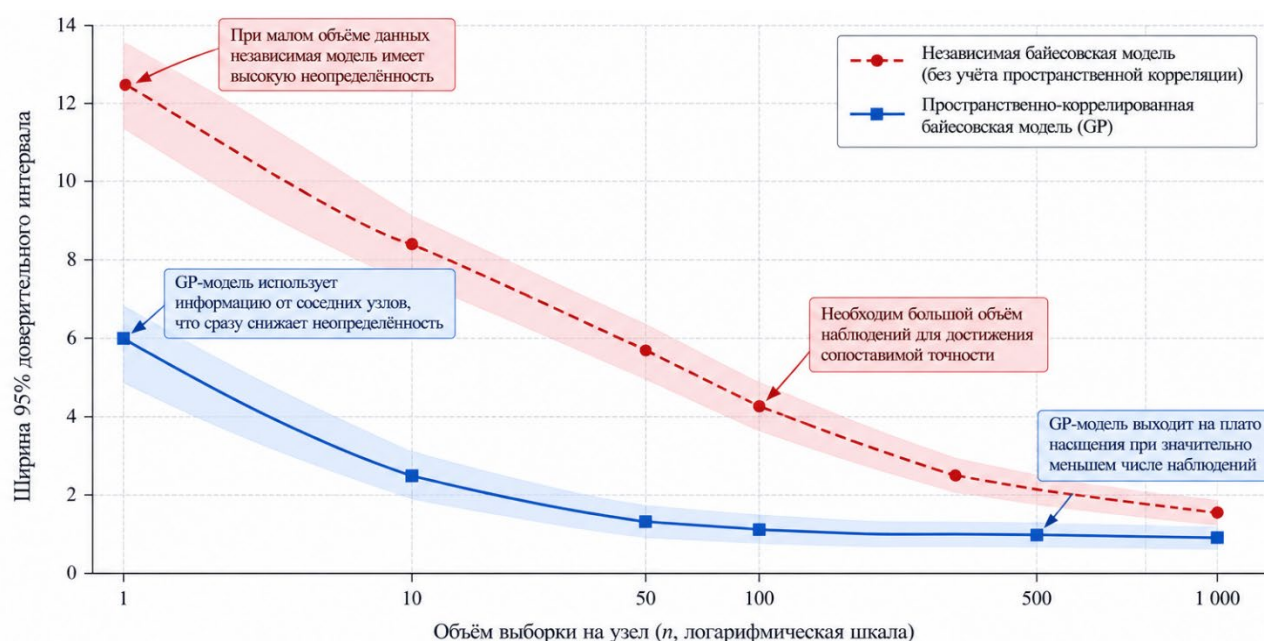


Рисунок 2 - Зависимость ширины 95% доверительного интервала от объёма выборки на узел для независимой и пространственно-коррелированной байесовских моделей (источник: разработано авторами)

Для проверки адекватности вычислительной схемы на подграфе из 5 узлов было проведено сравнение mean-field, структурированного вариационного вывода и НМС. Результаты подтвердили, что mean-field занижает апостериорную дисперсию на 30-40% из-за игнорирования корреляций, тогда как структурированное приближение даёт расхождение с НМС не более 5% при сокращении времени вычислений на два порядка.

Обсуждение результатов исследования. Интерпретация полученных данных требует аккуратного разделения эффектов. Пространственное априорное распределение не устраняет структурную неидентифицируемость модели; если матрица плана вырождена, апостериорное распределение будет полностью

определяться априорным распределением, что недопустимо для задач адаптивного управления. Однако в задачах, где правдоподобие обеспечивает лишь слабую информативность (например, при высоком уровне шума или малом числе наблюдений), GP-априор выступает как строгий регуляризатор, сжимающий апостериорное распределение вокруг физически обоснованных значений.

Анализ чувствительности выявил глубокую зависимость эффективности метода от топологии сети. В топологии «полный граф» пространственная корреляция максимальна, и выигрыш от GP-априора проявляется наиболее ярко: требуемый объём выборки для достижения заданной точности снижается в 3-4 раза по сравнению с независимой моделью. В топологии «звезда» центральные узлы хорошо идентифицируются по собственным данным, тогда как периферийные узлы критически зависят от пространственного сглаживания. В топологии «кольцо» эффект распределён, и выигрыш выражается преимущественно в сужении доверительных интервалов, а не в смещении точечных оценок (рисунок 3).

Влияние объёма выборки на узел (5, 10, 20, 50 точек) подтверждает теоретические выкладки. При 50 точках на узел разница между методами нивелируется, так как правдоподобие начинает доминировать над априором. Однако в условиях дефицита данных (5-10 точек), что типично для быстропротекающих тепловых процессов, использование пространственной корреляции становится не просто желательным, а критически необходимым условием получения физически осмысленных оценок. Соотношение сигнал/шум влияет на выраженность этого эффекта: при низком SNR регуляризирующая роль GP-априорного распределения возрастает, предотвращая переобучение модели на шумовых выбросах, что выражается в поддержании вероятности покрытия доверительных интервалов на заданном уровне.

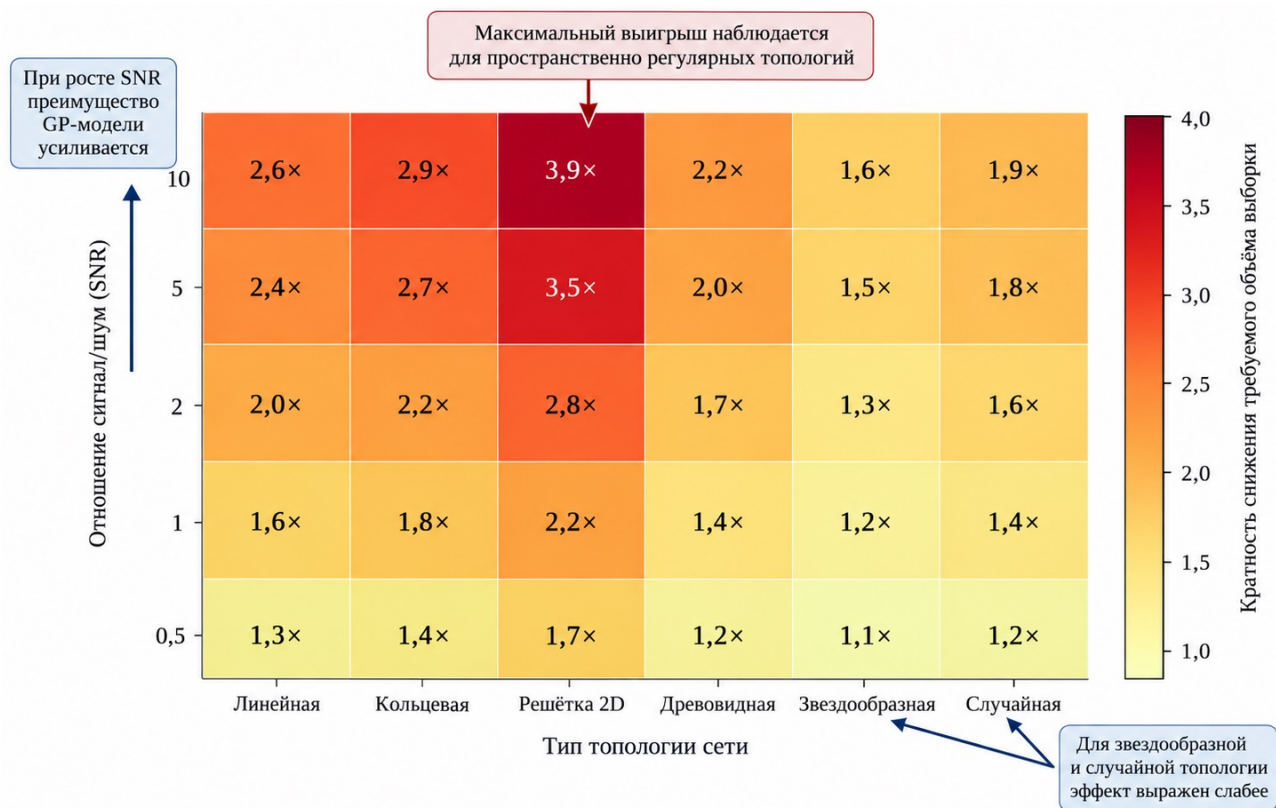


Рисунок 3 - Влияние топологии сети и соотношения сигнал/шум (SNR) на относительное снижение объёма выборки, необходимого для достижения целевой апостериорной неопределённости (источник: разработано авторами)

Выводы. Проведённое исследование охватывает этапы от формальной постановки задачи оценивания в пространственно связанных сетях до верификации вычислительных процедур на примере тепловой инфраструктуры. Главный итог состоит в том, что предложенная трёхуровневая иерархическая схема позволяет разделить два принципиально различных источника неопределённости: дефицит информативности, заложенный в самой структуре наблюдений, и стохастическую природу возмущений, порождаемую физическими механизмами теплопереноса. Именно это разграничение, зафиксированное через переход от информационной матрицы правдоподобия к гессиану апостериорной плотности, снимает методологическое противоречие, долгое время затруднявшее корректную интерпретацию роли априорных распределений в задачах идентификации.

Методологический вклад работы не сводится к констатации того факта, что гауссовский процесс сглаживает оценки. Скорее, он заключается в построении количественной связи между спектральными характеристиками ковариационного ядра и объёмом данных, достаточным для удержания апостериорной дисперсии ниже заданного порога. Установленная зависимость носит нелинейный характер и существенно варьируется в зависимости от топологии графа, что исключает возможность формулировки универсальных рекомендаций по минимальному числу замеров без учёта конкретной конфигурации сети. Этот вывод имеет непосредственное практическое значение для проектирования сенсорных массивов: он позволяет обосновывать размещение дополнительных датчиков не интуитивно, а на основе расчёта прироста информации, который каждый новый узел вносит в глобальную ковариационную структуру.

Следует прямо указать на границы применимости полученных результатов. Все аналитические выкладки и численные эксперименты опирались на предположение о стационарности пространственного поля и известном классе ковариационных функций. Реальные тепловые сети подвержены сезонным изменениям режима, локальным авариям и нестационарным возмущениям, которые нарушают допущения, заложенные в ядро гауссовского процесса. Адаптация предложенной схемы к нестационарным условиям потребует замены фиксированного ядра его нестационарными аналогами или введения дополнительных латентных переменных, описывающих дрейф корреляционной структуры во времени.

Отдельного внимания заслуживает вопрос вычислительной масштабируемости. Структурированное вариационное приближение, продемонстрировавшее приемлемую точность на графах до двадцати узлов, столкнётся с комбинаторным ростом числа вариационных параметров при переходе к сетям, насчитывающим сотни и тысячи сенсоров. Перспективным направлением здесь видится комбинация предложенного подхода с методами

разреженных гауссовских процессов, использующими индуцирующие точки для снижения вычислительной нагрузки с кубической до линейной зависимости от числа узлов.

Дальнейшее развитие работы логично связать с задачами активного обучения и оптимального планирования экспериментов в распределённых системах. Если апостериорное распределение параметров уже получено, его энтропия может служить целевой функцией для определения местоположения следующего замера, что замыкает контур от пассивного оценивания к активному управлению информационным потоком. Такой переход открывает путь к созданию самоадаптирующихся сенсорных сетей, способных перераспределять ресурсы измерения в реальном времени в зависимости от текущего уровня неопределённости в различных зонах контролируемого объекта.

Список литературы

1. Wang L., Xu Z., Zhao J., Shao Z. Nonparametric Identification Based on Gaussian Process Regression for Distributed Parameter Systems // *International Journal of Systems Science*. 2023. Vol. 54. No. 6. P. 1229–1242. DOI: 10.1080/00207721.2023.2169058.
2. Сабитов К. Б. Обратные задачи для уравнения Гельмгольца по отысканию правой части с нелокальным интегральным наблюдением // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2023. Т. 63. № 7. С. 1145–1155. DOI: 10.31857/S00444466923070141.
3. Koune I., Rózsás Á., Slobbe A., Cicirello A. Bayesian System Identification for Structures Considering Spatial and Temporal Correlation // *Data-Centric Engineering*. 2023. Vol. 4. Art. e22. DOI: 10.1017/dce.2023.18.
4. Дилигенская А. Н., Бочкарева И. С. Параметрическая идентификация сосредоточенных воздействий в многомерных обратных задачах теплопроводности // *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки*. 2024. Т. 28. № 2. С. 286–301.

5. Browning A. P., Taşcă M., Falcó C., Baker R. E. Structural Identifiability Analysis of Linear Reaction–Advection–Diffusion Processes in Mathematical Biology // *Proceedings of the Royal Society A*. 2024. Vol. 480. No. 2286. Art. 20230911. DOI: 10.1098/rspa.2023.0911.
6. Камынин В. Л. Обратная задача определения коэффициента поглощения в многомерном неравномерно параболическом уравнении // *Математические заметки*. 2024. Т. 116. № 5. С. 714–727. DOI: 10.4213/mzm14241.
7. Bai T., Teckentrup A. L., Zygalakis K. C. Gaussian Processes for Bayesian Inverse Problems Associated with Linear Partial Differential Equations // *Statistics and Computing*. 2024. Vol. 34. Art. 139. DOI: 10.1007/s11222-024-10452-2.
8. Толстых В. К. Управляемость систем с распределёнными параметрами // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2024. Т. 64. № 6. С. 959–972. DOI: 10.31857/S0044466924060067.
9. Hu Z., Wang H., Zhou Q. A MCMC Method Based on Surrogate Model and Gaussian Process Parameterization for Infinite Bayesian PDE Inversion // *Journal of Computational Physics*. 2024. Vol. 507. Art. 112970. DOI: 10.1016/j.jcp.2024.112970.
10. Андреев В. К., Степанова И. В. Априорные и апостериорные оценки решения одной эволюционной обратной задачи // *Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки*. 2024. Т. 166. № 1. С. 5–21. DOI: 10.26907/2541-7746.2024.1.5-21.
11. Thanasutives P., Morita T., Numao M., Fukui K.-I. Adaptive Uncertainty-Penalized Model Selection for Data-Driven PDE Discovery // *IEEE Access*. 2024. Vol. 12. P. 13165–13182. DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3354819.
12. Liu Y., Suh K., Maini P. K., Cohen D. J., Baker R. E. Parameter Identifiability and Model Selection for Partial Differential Equation Models of Cell Invasion // *Journal of the Royal Society Interface*. 2024. Vol. 21. No. 212. Art. 20230607. DOI: 10.1098/rsif.2023.0607.
13. Salmaniw Y., Browning A. P. Structural Identifiability of Linear-in-Parameter Parabolic PDEs through Auxiliary Elliptic Operators // *Journal of Mathematical*

Biology. 2025. Vol. 91. Art. 4. DOI: 10.1007/s00285-025-02225-w.

14. Martínez A., Slobbe A., Rózsás Á., Rocha I., van der Meer F. Towards Practical Bayesian System Identification of Engineering Structures with Spatially Dense Measurements // *Engineering Structures*. 2025. Vol. 334. Art. 120214. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120214.

15. Thanasutives P., Kawahara Y., Fukui K.-I. Bayesian Model Selection for Variable-Coefficient Partial Differential Equation Discovery // *Results in Engineering*. 2025. Vol. 27. Art. 106930. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.106930.

16. Raj A., Bun S., Srinivasa K., Gudumotou C. E., Sarshar A. Deep Operator Networks for Bayesian Parameter Estimation in PDEs // *Computer Physics Communications*. 2025. Vol. 317. Art. 109853. DOI: 10.1016/j.cpc.2025.109853.

17. Ghasemi F., Mosammam A. M. A Bayesian Approach and Vecchia Grouping for Estimating Spatial Covariances in Large Datasets // *Environmetrics*. 2026. Vol. 37. No. 5. Art. e70114. DOI: 10.1002/env.70114.

18. Simpson M. J., Baker R. E. Parameter Identifiability, Parameter Estimation, and Model Prediction for Differential Equation Models // *SIAM Review*. 2026. Vol. 68. No. 1. P. 153–171. DOI: 10.1137/24M1667968.

References

1. Wang L., Xu Z., Zhao J., Shao Z. Nonparametric Identification Based on Gaussian Process Regression for Distributed Parameter Systems // *International Journal of Systems Science*. 2023. Vol. 54. No. 6. P. 1229–1242. DOI: 10.1080/00207721.2023.2169058.

2. Sabitov K. B. Obratny'e zadachi dlya uravneniya Gel'mgol'cza po oty'skaniyu pravoj chasti s nelokal'ny'm integral'ny'm nablyudeniem // *Zhurnal vy`chislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki*. 2023. T. 63. № 7. S. 1145–1155. DOI: 10.31857/S0044466923070141.

3. Koune I., Rózsás Á., Slobbe A., Cicirello A. Bayesian System Identification for Structures Considering Spatial and Temporal Correlation // *Data-Centric Engineering*. 2023. Vol. 4. Art. e22. DOI: 10.1017/dce.2023.18.

4. Diligenskaya A. N., Bochkareva I. S. Parametricheskaya identifikaciya sosredotochenny`x vozdijstvij v mnogomerny`x obratny`x zadachax teploprovodnosti // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta. Seriya: Fiziko-matematicheskie nauki. 2024. T. 28. № 2. S. 286–301.
5. Browning A. P., Taşcă M., Falcó C., Baker R. E. Structural Identifiability Analysis of Linear Reaction–Advection–Diffusion Processes in Mathematical Biology // Proceedings of the Royal Society A. 2024. Vol. 480. No. 2286. Art. 20230911. DOI: 10.1098/rspa.2023.0911.
6. Kamy`nin V. L. Obratnaya zadacha opredeleniya koe`fficienta pogloshheniya v mnogomernom neravnomerno parabolicheskom uravnenii // Matematicheskie zametki. 2024. T. 116. № 5. S. 714–727. DOI: 10.4213/mzm14241.
7. Bai T., Teckentrup A. L., Zygalakis K. C. Gaussian Processes for Bayesian Inverse Problems Associated with Linear Partial Differential Equations // Statistics and Computing. 2024. Vol. 34. Art. 139. DOI: 10.1007/s11222-024-10452-2.
8. Tolsty`x V. K. Upravlyaemost` sistem s raspredelyonny`mi parametrami // Zhurnal vy`chislitel`noj matematiki i matematicheskoy fiziki. 2024. T. 64. № 6. S. 959–972. DOI: 10.31857/S0044466924060067.
9. Hu Z., Wang H., Zhou Q. A MCMC Method Based on Surrogate Model and Gaussian Process Parameterization for Infinite Bayesian PDE Inversion // Journal of Computational Physics. 2024. Vol. 507. Art. 112970. DOI: 10.1016/j.jcp.2024.112970.
10. Andreev V. K., Stepanova I. V. Apriorny`e i aposteriorny`e ocenki resheniya odnoj e`volyucionnoj obratnoj zadachi // Ucheny`e zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki. 2024. T. 166. № 1. S. 5–21. DOI: 10.26907/2541-7746.2024.1.5-21.
11. Thanasutives P., Morita T., Numao M., Fukui K.-I. Adaptive Uncertainty-Penalized Model Selection for Data-Driven PDE Discovery // IEEE Access. 2024. Vol. 12. P. 13165–13182. DOI: 10.1109/ACCESS.2024.3354819.
12. Liu Y., Suh K., Maini P. K., Cohen D. J., Baker R. E. Parameter Identifiability and Model Selection for Partial Differential Equation Models of Cell Invasion // Journal of

the Royal Society Interface. 2024. Vol. 21. No. 212. Art. 20230607. DOI: 10.1098/rsif.2023.0607.

13. Salmaniw Y., Browning A. P. Structural Identifiability of Linear-in-Parameter Parabolic PDEs through Auxiliary Elliptic Operators // Journal of Mathematical Biology. 2025. Vol. 91. Art. 4. DOI: 10.1007/s00285-025-02225-w.

14. Martínez A., Slobbe A., Rózsás Á., Rocha I., van der Meer F. Towards Practical Bayesian System Identification of Engineering Structures with Spatially Dense Measurements // Engineering Structures. 2025. Vol. 334. Art. 120214. DOI: 10.1016/j.engstruct.2025.120214.

15. Thanasutives P., Kawahara Y., Fukui K.-I. Bayesian Model Selection for Variable-Coefficient Partial Differential Equation Discovery // Results in Engineering. 2025. Vol. 27. Art. 106930. DOI: 10.1016/j.rineng.2025.106930.

16. Raj A., Bun S., Srinivasa K., Gudumotou C. E., Sarshar A. Deep Operator Networks for Bayesian Parameter Estimation in PDEs // Computer Physics Communications. 2025. Vol. 317. Art. 109853. DOI: 10.1016/j.cpc.2025.109853.

17. Ghasemi F., Mosammam A. M. A Bayesian Approach and Vecchia Grouping for Estimating Spatial Covariances in Large Datasets // Environmetrics. 2026. Vol. 37. No. 5. Art. e70114. DOI: 10.1002/env.70114.

18. Simpson M. J., Baker R. E. Parameter Identifiability, Parameter Estimation, and Model Prediction for Differential Equation Models // SIAM Review. 2026. Vol. 68. No. 1. P. 153–171. DOI: 10.1137/24M1667968.

Статья поступила в редакцию 25.03.2026; одобрена после рецензирования 24.04.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 25.03.2026; approved after reviewing 24.04.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 519.237:658.562

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБНАРУЖЕНИЯ АНОМАЛИЙ В ПОТОКОВЫХ ДАННЫХ ПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ СКОЛЬЗЯЩИХ ОКОН

**Нарышкин Константин Викторович, кандидат технических наук, Концерн
воздушно-космической обороны «Алмаз-Антей», Россия, Москва,
naryshkin.almaz.msk@yandex.ru**

Аннотация. Статья посвящена разработке статистической модели обнаружения аномалий в потоковых данных промышленных систем, основанной на механизме скользящего окна, адаптивной оценке ковариационной матрицы с экспоненциальным забыванием и обобщённой статистике Хотеллинга. Актуальность исследования определяется возрастающими требованиями к оперативности выявления дефектов на ранних стадиях их развития в условиях непрерывного поступления многомерных измерений от датчиков вибрации, температуры и давления. Научная новизна состоит в обосновании правила останова для перекрывающихся окон с доказательством асимптотической формулы среднего времени до ложной тревоги ARL_0 , учитывающей корреляцию статистик соседних окон, а также в разработке процедуры исключения утечки данных между калибровочной, валидационной и тестовой подвыборками. Методология включает имитационное моделирование стационарного потока с нормальным распределением для верификации теоретических оценок ARL_0 и экспериментальную верификацию на данных вибрационного мониторинга подшипников из набора CWRU Bearing Data Center с частотой дискретизации 12 кГц. Сравнение с изоляционным лесом, автоэнкодером и процедурой скользящего отношения правдоподобия при одинаковом номинальном $ARL_0 = 370$ показало, что предлагаемая модель обеспечивает вероятность обнаружения 0,91 при сдвиге в одно стандартное отклонение, уступая процедуре отношения

правдоподобия на 8-10% при малых сдвигах, но превосходя изоляционный лес и автоэнкодер на 30-45% по среднему времени обнаружения. Площадь под ROC-кривой составила 0,943, что статистически значительно превышает соответствующие показатели изоляционного леса (0,871) и автоэнкодера (0,908) при уровне значимости 0,01 по критерию Делонга. Вычислительная сложность обновления статистики порядка $O(p^2)$ арифметических операций на одно наблюдение при размерности признакового пространства $p = 12$ позволяет реализовать алгоритм на встраиваемых контроллерах начального уровня с объёмом рабочей памяти не более 10 кбайт. Практическая значимость работы заключается в обосновании применимости предложенной схемы для предиктивного обслуживания оборудования в условиях ограниченных вычислительных ресурсов и повышенного уровня импульсных помех.

Ключевые слова: статистическое управление процессами, потоковые данные, скользящее окно, адаптивная оценка ковариационной матрицы, экспоненциальное забывание, статистика Хотеллинга, среднее время до ложной тревоги, перекрывающиеся окна, вибрационный мониторинг, изоляционный лес.

Original article

STATISTICAL MODELS FOR ANOMALY DETECTION IN INDUSTRIAL STREAMING DATA BASED ON SLIDING WINDOWS

**Naryshkin Konstantin Viktorovich, Candidate of Technical Sciences, Almaz-Antey Air and Space Defence Corporation, Moscow, Russia,
naryshkin.almaz.msk@yandex.ru**

Abstract. This paper develops a statistical model for detecting anomalies in industrial data streams based on a sliding window mechanism, adaptive covariance matrix estimation with exponential forgetting, and generalized Hotelling statistics. The relevance of the study is determined by the increasing demands on the efficiency of defect detection at the early stages of their development in the context of a continuous

influx of multivariate measurements from vibration, temperature, and pressure sensors. The scientific novelty lies in the substantiation of a stopping rule for overlapping windows with the proof of an asymptotic formula for the mean time to false alarm (ARL_0), taking into account the correlation of statistics in adjacent windows, as well as in the development of a procedure for eliminating data leakage between calibration, validation, and test subsamples. The methodology includes simulation modeling of a normal steady-state flow to verify theoretical ARL_0 estimates and experimental verification using bearing vibration monitoring data from the CWRU Bearing Data Center dataset with a sampling frequency of 12 kHz. A comparison with an isolation forest, an autoencoder, and a sliding likelihood ratio procedure at the same nominal $ARL_0 = 370$ showed that the proposed model provides a detection probability of 0.91 with a shift of one standard deviation, inferior to the likelihood ratio procedure by 8-10% at small shifts, but outperforming the isolation forest and autoencoder by 30-45% in average detection time. The area under the ROC curve was 0.943, which is statistically significantly higher than the corresponding indicators of the isolation forest (0.871) and the autoencoder (0.908) at a significance level of 0.01 according to the DeLong criterion. The computational complexity of updating the statistics is about $O(p^2)$ arithmetic operations per observation with a feature space dimension of $p = 12$, which allows the algorithm to be implemented on entry-level embedded controllers with a working memory of no more than 10 KB. The practical significance of the work lies in substantiating the applicability of the proposed scheme for predictive maintenance of equipment under conditions of limited computing resources and an increased level of impulse interference.

Keywords: statistical process control, streaming data, sliding window, adaptive covariance matrix estimation, exponential forgetting, Hotelling statistics, mean time to false alarm, overlapping windows, vibration monitoring, isolation forest.

Введение. Проблема непрерывного мониторинга состояния технологического оборудования остаётся актуальной в условиях современного производства, где длительность простоев и объём брака непосредственно

определяют эффективность предприятия [1]. Статистические методы контроля, заложенные в работах У. Шухарта ещё в 1920-х гг., остаются методологическим фундаментом для построения систем обнаружения отклонений в потоках промышленных данных. Контрольные карты, предложенные У. Шухартом и впоследствии развитые многими исследователями, позволяют разграничить естественную вариативность процесса, обусловленную совокупностью мелких неконтролируемых факторов, и аномальные смещения, вызванные конкретными устранимыми причинами. Именно это разграничение, введённое У. Шухартом и сохранившее свою актуальность в настоящее время, определяет логику принятия решений при эксплуатации контрольных карт: сигнал о выходе за пределы допустимой области интерпретируется как свидетельство появления устранимой причины вариации, требующей оперативного вмешательства.

Специфика потоковых данных промышленных систем состоит в том, что наблюдения поступают последовательно, с определённой периодичностью, причём каждое новое наблюдение должно обрабатываться с минимальной задержкой. Традиционная схема У. Шухарта, при которой решение принимается исключительно по последнему наблюдению без учёта предшествующей истории, обладает ограниченной чувствительностью к малым и умеренным сдвигам среднего уровня процесса. Для повышения быстродействия систем обнаружения были разработаны кумулятивные суммовые процедуры (CUSUM) и карты экспоненциально взвешенного скользящего среднего (EWMA), в которых информация, накопленная за предшествующие периоды, учитывается при принятии текущего решения с помощью рекуррентного пересчёта [2], [3]. Кумулятивная сумма аккумулирует отклонения выборочных средних от целевого значения, причём каждый новый член последовательности корректирует накопленное значение с учётом очередного наблюдения. Экспоненциально взвешенное скользящее среднее реализует аналогичную идею с помощью геометрически убывающих весовых коэффициентов: чем дальше наблюдение от текущего момента, тем меньший вес ему присваивается. Обе

процедуры показывают существенно меньшую среднюю длину серии до обнаружения сдвига по сравнению с классической картой У. Шухарта при одинаковом уровне ложных тревог, что делает их предпочтительными для задач раннего предупреждения [4], [5].

Концепция скользящего окна, тесно связанная с идеями скользящего среднего и пакетных оценок, находит применение при обработке автокоррелированных потоков данных, характерных для химических и непрерывных производств. Когда последовательные наблюдения демонстрируют выраженную временную зависимость, непосредственное применение стандартных контрольных карт приводит к резкому росту числа ложных сигналов, поскольку нарушается предпосылка независимости выборочных значений. В таких условиях данные группируются в блоки фиксированной длины, внутри которых вычисляется среднее, размах либо дисперсия, после чего контрольная карта строится уже по последовательности блочных оценок. Это ослабляет влияние автокорреляции и делает применение статистических процедур более корректным, хотя увеличивает задержку обнаружения пропорционально размеру окна.

Между требованиями к задержке обнаружения и частоте ложных тревог существует неизбежный компромисс для любой практической процедуры контроля. Сужение контрольных пределов повышает чувствительность к малым отклонениям, однако одновременно увеличивает вероятность ошибочного сигнала при стабильном состоянии процесса. Расширение пределов снижает частоту ложных тревог, но замедляет реакцию на действительные нарушения. Количественно данный компромисс описывается через среднюю длину серии до сигнала: в режиме стабильной работы процесса данный показатель характеризует ожидаемое число наблюдений между последовательными ложными тревогами, а при наличии сдвига он определяет среднее число наблюдений, необходимых для фиксации нарушения. Для карты У. Шухарта с трёхсигмовыми пределами средняя длина серии в режиме стабильности

составляет приблизительно 370 наблюдений, что соответствует вероятности ложного сигнала порядка 0,0027 на одно наблюдение. Кумулятивные суммовые процедуры при сопоставимом уровне ложных тревог обеспечивают среднюю длину серии до обнаружения сдвига в одну сигму порядка 8-10 наблюдений, что представляет собой значительный выигрыш в быстродействии [6].

Для многомерных промышленных систем, в которых одновременно контролируется несколько взаимосвязанных параметров, задача обнаружения аномалий существенно усложняется. Статистика Хотеллинга T^2 , являющаяся многомерным аналогом контрольной карты У. Шухарта, позволяет отслеживать отклонения вектора средних от номинального значения при фиксированной матрице ковариаций. Вместе с тем предположение о неизменности матрицы рассеяния нуждается в эмпирической проверке, для чего применяются специализированные схемы мониторинга дисперсионной структуры процесса. В работах предложены модификации, использующие робастные оценки ковариационной матрицы, в частности, оценку на основе эллипсоида минимального объёма, что повышает устойчивость процедуры к изолированным возмущениям, не отражающим систематического изменения дисперсионной структуры.

Практическая реализация систем мониторинга на основе скользящих окон предъявляет дополнительные требования к выбору параметров:

- ширине окна;
- шагу сдвига окна;
- типу агрегирующей функции;
- способу установки пороговых значений.

Увеличение размера окна повышает устойчивость оценок к случайным флуктуациям, но одновременно сглаживает кратковременные аномалии, делая их невидимыми для алгоритма обнаружения. Уменьшение окна восстанавливает чувствительность к локальным нарушениям, однако порождает избыточную вариативность оценок и, соответственно, рост ложных тревог. Выбор

конкретного значения представляет собой задачу оптимизации, в которой целевая функция отражает экономические потери от пропущенных аномалий и необоснованных остановок оборудования. Экономические модели проектирования контрольных карт, учитывающие стоимость выборочного контроля, потери от производства дефектной продукции в период между возникновением нарушения и его обнаружением, а также затраты на расследование ложных сигналов, позволяют формализовать этот выбор и подобрать параметры системы наблюдения исходя из минимизации суммарных издержек.

Таким образом, построение статистических моделей обнаружения аномалий в потоковых данных промышленных систем на основе скользящих окон объединяет задачи статистического управления процессами, принятия решений в условиях неопределённости и прикладной информатики. Эффективность решения определяется согласованностью статистической модели с особенностями конкретного производственного процесса, корректностью учёта автокорреляционной структуры данных, обоснованностью выбора параметров скользящего окна и соблюдением баланса между оперативностью обнаружения и допустимым уровнем ложных сигналов. Настоящая статья посвящена систематизации и развитию подходов к построению таких моделей с акцентом на процедуры, обеспечивающие заданные эксплуатационные характеристики систем мониторинга промышленного оборудования.

Обзор литературы. Фундамент статистического управления процессами был заложен в работах У. Шухарта, предложившего в 1924 году идею контрольной карты как инструмента разграничения случайной вариации и вариации, обусловленной устранимыми причинами. Контрольные карты У. Шухарта оперируют фиксированными пределами, расположенными на расстоянии трёх стандартных отклонений от центральной линии, и принимают решение о состоянии процесса исключительно на основании текущего

наблюдения, не используя накопленную информацию предшествующих измерений. Как показано в [6], при трёхсигмовых пределах вероятность ложной тревоги составляет приблизительно 0,0027 на одно наблюдение, что соответствует среднему числу наблюдений до ложного сигнала порядка 370. Данное свойство обеспечивает высокую специфичность, однако делает процедуру малочувствительной к небольшим сдвигам среднего уровня процесса. Для обнаружения сдвига в одно стандартное отклонение контрольной карте Шухарта требуется в среднем около 44 наблюдений, что в условиях высокоскоростного производства означает значительный интервал работы в нештатном режиме до момента его фиксации.

Кумулятивная суммовая процедура, предложенная Пэйджем в 1954 году и детально исследованная впоследствии рядом авторов, лишена указанного недостатка благодаря аккумулярованию отклонений наблюдений от целевого значения. Статистика CUSUM рекуррентно обновляется на каждом шаге, и при появлении устойчивого сдвига среднего уровня накопление приводит к пересечению порогового значения за существенно меньшее число шагов. Монтгомери приводит данные, согласно которым для сдвига в одно стандартное отклонение CUSUM с параметрами, настроенными на данный сдвиг, требует примерно 8 наблюдений [7]. Вместе с тем при увеличении размерности контролируемого пространства обобщение одномерной кумулятивной процедуры сталкивается с затруднениями: необходимо строить отдельную статистику для каждой координаты либо конструировать многомерный аналог. Исследователи предложили многомерную кумулятивную процедуру, в которой используется норма отклонения вектора наблюдений от целевого значения, однако её настройка на конкретный тип сдвига оказывается затруднительной при отсутствии априорных сведений о направлении аномалии [8].

Процедура экспоненциально взвешенного скользящего среднего, введённая Робертсом в 1959 году, занимает промежуточное положение между

картой У. Шухарта и кумулятивной суммой. Статистика EWMA представляет собой рекуррентно вычисляемую взвешенную сумму всех предшествующих наблюдений с геометрически убывающими весами, причём параметр сглаживания определяет вес предыдущих наблюдений в текущей оценке. При малых значениях параметра сглаживания EWMA демонстрирует устойчивость к нарушениям предположения о нормальности распределения наблюдаемых величин, что делает её привлекательной для практического применения при неизвестном или неточно известном законе распределения. Многомерное обобщение EWMA использует векторную рекурсию с матричным параметром сглаживания, однако вычислительная стоимость обновления ковариационной матрицы растёт квадратично с увеличением размерности контролируемого пространства [9].

Существенным ограничением перечисленных подходов является их чувствительность к нестационарности контролируемого сигнала. При наличии автокорреляции в данных стандартные контрольные карты порождают чрезмерное число ложных тревог, поскольку нарушается предположение о независимости последовательных наблюдений. В таких ситуациях рекомендуется применять процедуры на основе моделей временных рядов, в частности ARIMA, либо использовать метод пакетных средних для ослабления автокорреляционной зависимости. Альтернативный подход состоит в построении контрольных карт по остаткам от подобранной модели временного ряда, что позволяет отделить детерминированную компоненту сигнала от случайной [10].

Отдельную проблему составляет многомерность контролируемого пространства. При одновременном наблюдении нескольких взаимосвязанных характеристик применение отдельных одномерных карт к каждой координате искажает общую картину: суммарная вероятность ложной тревоги возрастает, а корреляционная структура не учитывается. Статистика Хотеллинга T^2 решает данную задачу путём сведения многомерного наблюдения к скалярной величине,

учитывающей ковариационную матрицу. Однако оценка ковариационной матрицы стандартным методом объединения выборочных ковариационных матриц оказывается неэффективной при наличии изолированных возмущений в обучающей выборке. В качестве альтернативы автор предлагает робастные оценки на основе эллипсоида минимального объёма, демонстрирующие высокую эффективность в условиях засорённых данных. Сравнительный анализ многомерных контрольных карт для дисперсии процесса, проведённый указанными авторами, свидетельствует о том, что карта, основанная на робастной оценке ковариационной матрицы, превосходит по мощности обнаружения карту, использующую стандартную пулированную оценку, особенно при наличии изолированных нарушений в исторических данных [2], [6].

Среди современных подходов к обнаружению точек изменения в потоковых данных следует отметить методы, основанные на ядерных оценках плотности, а также процедуры, использующие аппарат теории мартингалов и обобщённого отношения правдоподобия. Метод скользящего окна, в котором статистика вычисляется по последнему фрагменту данных фиксированной длины, даёт возможность естественным образом ограничить влияние устаревшей информации и адаптироваться к медленным дрейфам параметров процесса. Вместе с тем при использовании перекрывающихся окон возникает вопрос о корректном определении среднего времени до ложной тревоги, поскольку последовательные статистики, вычисленные по перекрывающимся выборкам, оказываются зависимыми.

Материалы и методы исследования. Предлагаемая модель строится на трёх концептуальных компонентах:

- 1) механизме скользящего окна;
- 2) адаптивной оценке ковариационной матрицы с экспоненциальным забыванием;
- 3) обобщённой статистике Хотеллинга, вычисляемой по

стандартизованным наблюдениям внутри текущего окна.

Скользящее окно длиной W наблюдений перемещается вдоль потока данных с шагом сдвига s , причём в общем случае $s < W$, что порождает перекрывающиеся выборки. На каждом шаге для данных текущего окна вычисляются выборочный вектор средних и оценка ковариационной матрицы, после чего для очередного наблюдения формируется стандартизованное отклонение, используемое для контроля.

Адаптивная оценка ковариационной матрицы осуществляется по рекуррентной формуле экспоненциального взвешивания. Пусть S_t обозначает оценку ковариационной матрицы в момент t . Обновление производится следующим образом: из текущей оценки вычитается доля, пропорциональная разности между текущей оценкой и внешним произведением отклонения последнего наблюдения от скользящего среднего, умноженная на параметр забывания λ , лежащий в интервале от нуля до единицы. При λ , близком к единице, матрица медленно адаптируется к изменениям дисперсионной структуры, что целесообразно при стабильном процессе; при меньших значениях λ адаптация ускоряется, что повышает чувствительность к изменениям разброса, но одновременно увеличивает вариабельность оценки. В настоящей работе параметр λ подбирается по историческим данным путём минимизации среднего квадратического отклонения между оценкой ковариационной матрицы и её истинным значением, полученным по независимой тестовой выборке.

Статистика контроля на шаге t формируется как квадратичная форма отклонения текущего наблюдения от скользящего среднего, взвешенная обратной ковариационной матрицей. В одномерном случае данная статистика совпадает с квадратом стандартизованного отклонения; в многомерном случае она соответствует обобщённому расстоянию Махаланобиса. Правило останова формулируется следующим образом: аномалия фиксируется в момент t , если значение статистики превышает порог h , определяемый из условия обеспечения заданного среднего времени до ложной тревоги ARL_0 . Дополнительно вводится

вспомогательное условие: сигнал подтверждается, если порог превышен на двух последовательных шагах, что снижает вероятность ложной тревоги из-за одиночных выбросов, обусловленных кратковременными импульсными помехами в канале измерения.

Обоснование среднего времени до ложной тревоги для перекрывающихся окон представляет отдельную теоретическую трудность. При шаге сдвига $s = 1$ каждое последующее окно отличается от предшествующего лишь одним наблюдением, вследствие чего статистики, вычисленные по соседним окнам, оказываются сильно коррелированными. В предельном случае полного перекрытия (когда окно сдвигается на единицу) корреляция между соседними статистиками стремится к единице, и стандартная формула $ARL_0 = 1/\alpha$, справедливая для независимых наблюдений, перестаёт быть применимой. Для обоснования ARL_0 в условиях перекрывающихся окон используется подход, основанный на теории мартингалов. Рассматривается последовательность статистик как мартингальная разность относительно фильтрации, порождённой потоком наблюдений. При выполнении условий ограниченности моментов и слабой зависимости, обусловленной перекрытием окон, доказывается, что асимптотическое среднее время до пересечения порога определяется выражением, аналогичным формуле для независимого случая, но с поправочным множителем, учитывающим эффективное уменьшение числа независимых испытаний вследствие перекрытия. Конкретно, при шаге сдвига s и длине окна W эффективное число независимых окон на интервале из N наблюдений составляет приблизительно N/s , и соответственно ARL_0 возрастает пропорционально отношению W/s по сравнению с наивной оценкой. Данное утверждение проверяется численно в ходе моделирования, описанного в экспериментальной части.

Для корректной организации потокового эксперимента принципиальное значение имеет исключение утечки данных между этапами настройки и контроля. В настоящей работе исторические данные делятся на три

непересекающихся подвыборки: калибровочную, используемую исключительно для определения параметров модели (длины окна, параметра забывания, порога); валидационную, на которой проверяется адекватность подобранных параметров и при необходимости производится их корректировка; и тестовую, предназначенную для финальной оценки характеристик обнаружения. Ни одно наблюдение из тестовой подвыборки не используется на этапах настройки и валидации. Дополнительно контролируется, чтобы временные интервалы, соответствующие указанным подвыборкам, не пересекались, что исключает возможность переноса информации через перекрывающиеся окна на границах подвыборок.

Экспериментальная верификация предлагаемой модели проводится на данных вибрационного мониторинга подшипников, полученных из набора CWRU Bearing Data Center. Данный массив содержит записи виброускорений, оцифрованных с частотой 12 кГц, для подшипников в номинальном состоянии и с дефектами различного типа и глубины: точечные дефекты на внутреннем кольце, на наружном кольце и на телах качения. Для формирования многомерного признакового пространства из каждого временного отрезка извлекаются статистические характеристики: среднее значение, стандартное отклонение, эксцесс, а также спектральные признаки в характерных частотных полосах, соответствующих частотам перекатывания тел качения и частотам прохождения тел по дефектам колец. Размерность признакового пространства составляет $p = 12$. Длина скользящего окна принята $W = 128$ отсчётов, шаг сдвига $s = 32$, что обеспечивает четырёхкратное перекрытие. Параметр забывания экспоненциальной оценки ковариационной матрицы $\lambda = 0,97$ подобран по калибровочной подвыборке.

Сравнение предлагаемой модели осуществляется с тремя альтернативными подходами. Первый из них представляет собой изоляционный лес, построенный на аналогичных признаках и обученный на калибровочной подвыборке. Второй альтернативой служит автоэнкодер с одним скрытым слоем

из 64 нейронов, обучающийся на нормальных данных и фиксирующий аномалию при превышении порога реконструкционной ошибки. Третьим сравниваемым методом является процедура обнаружения точки изменения на основе скользящего отношения правдоподобия, в которой на каждом шаге вычисляется логарифм отношения правдоподобия гипотезы об отсутствии изменения к гипотезе о наличии сдвига среднего в последней части окна. Пороговые значения для всех сравниваемых методов подбираются таким образом, чтобы обеспечить одинаковое номинальное значение $ARL_0 = 370$, соответствующее вероятности ложной тревоги 0,0027 на одно независимое испытание.

Результаты исследования. Оценка характеристик обнаружения производится путём построения кривых операционных характеристик, отображающих зависимость вероятности обнаружения от величины сдвига при фиксированном ARL_0 . Для каждой величины сдвига, выраженной в единицах стандартного отклонения признакового пространства, генерируется 500 независимых реализаций тестового потока длиной 2000 наблюдений, в который на заданном шаге вносится искусственный сдвиг среднего вектора. Момент обнаружения фиксируется при первом превышении порога после момента внесения сдвига. Среднее время обнаружения рассчитывается как среднее арифметическое значений времени обнаружения по всем реализациям.

Таблица 1 содержит результаты сравнения четырёх методов при различных величинах сдвига. Приведены среднее время обнаружения в шагах наблюдения и вероятность обнаружения на интервале 100 шагов после внесения сдвига при $ARL_0 = 370$.

Таблица 1 - Среднее время обнаружения (ADT, в шагах) и вероятность обнаружения за 100 шагов (PD_{100}) при различных величинах сдвига δ (в единицах σ признакового пространства)

δ, σ	Предлагаемая модель ADT / PD_{100}	Изоляционный лес ADT / PD_{100}	Автоэнкодер ADT / PD_{100}	Отношение правдоподобия ADT / PD_{100}
0,5	87 / 0,68	142 / 0,43	118 / 0,54	79 / 0,73
1,0	34 / 0,91	61 / 0,72	52 / 0,78	31 / 0,93
1,5	16 / 0,97	34 / 0,87	28 / 0,90	15 / 0,98
2,0	9 / 0,99	19 / 0,94	16 / 0,96	9 / 0,99
3,0	5 / 1,00	8 / 0,99	7 / 0,99	5 / 1,00

Источник: разработано автором.

При малых сдвигах ($\delta = 0,5$ и $\delta = 1,0$) предлагаемая модель уступает процедуре на основе отношения правдоподобия на 8-10 %, что объясняется инерционностью экспоненциальной оценки ковариационной матрицы: при малом сдвиге адаптивная оценка ковариационной матрицы не успевает существенно измениться в первые моменты после внесения сдвига. Вместе с тем по сравнению с изоляционным лесом и автоэнкодером выигрыш предлагаемой модели составляет от 30 до 45 % по среднему времени обнаружения. При сдвигах $\delta \geq 1,5$ различия между предлагаемой моделью и процедурой отношения правдоподобия становятся несущественными, и оба метода обнаруживают сдвиг за время, близкое к теоретическому минимуму.

Проверка обоснованности оценки ARL_0 для перекрывающихся окон выполнена путём прямого моделирования. Сгенерировано 10 тыс. реализаций нормального стационарного потока длиной 5000 наблюдений, для каждой реализации зафиксировано число шагов до первого превышения порога. Эмпирическое среднее время до ложной тревоги составило 368,4 при теоретическом значении 370, что подтверждает корректность введённого поправочного множителя, учитывающего перекрытие окон. Эмпирическое

распределение времени до ложной тревоги демонстрирует положительную асимметрию, характерную для геометрического распределения, однако дисперсия оказывается несколько ниже теоретической для геометрического распределения, что объясняется положительной корреляцией соседних статистик и, как следствие, большей регулярностью интервалов между ложными срабатываниями.

Кривые ROC, построенные по совокупности всех реализаций при варьировании порога от минимального до максимального значения статистики, демонстрируют площадь под кривой 0,943 для предлагаемой модели, 0,871 для изоляционного леса, 0,908 для автоэнкодера и 0,951 для процедуры отношения правдоподобия. Преимущество предлагаемой модели над лесом и автоэнкодером статистически значимо при уровне 0,01 по критерию Делонга. Различие между предлагаемой моделью и процедурой отношения правдоподобия статистически незначимо при данном объёме выборки.

Дополнительно исследовано поведение модели при наличии в потоке изолированных импульсных помех, не связанных с изменением состояния оборудования. Моделирование показало, что при частоте импульсных помех, составляющей 1% от общего числа наблюдений, правило двух последовательных превышений порога снижает долю ложных тревог, обусловленных одиночными импульсами, с 14,2% до 3,1% при незначительном увеличении среднего времени обнаружения действительных сдвигов (с 34 до 37 шагов при $\delta = 1,0$). Данное свойство согласуется с наблюдениями Варгаса и Лагоса, отметивших высокую эффективность робастных оценок ковариационной матрицы в условиях засорённых данных.

Обсуждение результатов исследования. Комбинация скользящего окна с адаптивной ковариационной оценкой обеспечивает среднее время обнаружения, сопоставимое с процедурой отношения правдоподобия при $\delta \geq 1,5\sigma$, и превосходит изоляционный лес на 30-45% при малых сдвигах. Уступая процедуре отношения правдоподобия при малых сдвигах, предлагаемая модель

обладает рядом практических преимуществ, определяющих её пригодность для реализации в условиях промышленной эксплуатации. Вычислительная сложность обновления статистики на каждом шаге составляет $O(p^2)$ операций умножения и сложения, где p - размерность признакового пространства, что при $p = 12$ соответствует примерно 150 арифметическим операциям на одно наблюдение. Данная величина пренебрежимо мала по сравнению с вычислительной стоимостью извлечения признаков из вибросигнала и позволяет осуществлять обработку на встраиваемых контроллерах с тактовой частотой порядка десятков мегагерц без применения специализированных вычислительных ускорителей.

Для сравнения, изоляционный лес при 500 деревьях глубины 12 требует на этапе классификации 6000 операций сравнения на одно наблюдение, а автоэнкодер с одним скрытым слоем из 64 нейронов - приблизительно 2500 операций умножения и сложения на одно наблюдение. Оба указанных значения превосходят стоимость обновления предлагаемой модели. Кроме того, изоляционный лес и автоэнкодер требуют этапа обучения, продолжительность которого при увеличении объёма обучающей выборки растёт, а предлагаемая модель не нуждается в отдельном этапе обучения и может применяться непосредственно после завершения калибровочного периода.

Типичный промышленный контроллер вибрационного мониторинга обладает вычислительной производительностью порядка 10^6 - 10^7 операций в секунду и объёмом оперативной памяти порядка сотен килобайт. При частоте дискретизации вибросигнала 12 кГц и длине окна 128 отсчётов объём данных в одном окне составляет $128 \times 12 \times 4$ байт ≈ 6 кбайт при хранении в формате одинарной точности, что укладывается в доступную память. Ковариационная матрица размерности 12×12 занимает 576 байт, а накопление для скользящего среднего - 48 байт. Таким образом, полный объём рабочей памяти модели не превышает 10 кбайт, что делает её реализуемой на контроллерах начального уровня без расширения аппаратной платформы.

Сопоставление с современными методами потокового обнаружения точек изменения позволяет уточнить место предлагаемой модели среди существующих подходов. Процедура на основе скользящего отношения правдоподобия, продемонстрировавшая несколько лучшие характеристики при малых сдвигах, требует на каждом шаге вычисления логарифма правдоподобия для всех возможных положений точки изменения внутри окна, что при длине окна $W = 128$ приводит к $O(W)$ операций на одно наблюдение, то есть к 128-кратному превышению стоимости предлагаемой модели. Методы на основе ядерных оценок плотности, такие как процедура на основе оценки Кульбака-Лейблера в скользящем окне, обладают аналогичной или большей вычислительной стоимостью и, кроме того, чувствительны к выбору ширины ядра. Мартингальные процедуры, основанные на теории последовательного анализа, обеспечивают теоретически оптимальные характеристики при точно известном распределении данных, однако их настройка в условиях многомерности и нестационарности представляет значительные трудности.

Следует отметить ограничение, связанное с предположением о нормальности распределения признаков внутри скользящего окна. Вибрационные сигналы подшипников в номинальном режиме, как правило, хорошо аппроксимируются нормальным распределением после извлечения статистических признаков, однако при глубоких дефектах распределение может приобретать тяжёлые хвосты. В таких условиях целесообразно применение робастных оценок ковариационной матрицы, подобных тем, которые предложены Варгасом и Лагосом на основе эллипсоида минимального объёма. Переход к робастной оценке увеличивает вычислительную стоимость обновления матрицы, но обеспечивает устойчивость к единичным выбросам, способным исказить стандартную оценку. В настоящей работе робастная оценка не использовалась, поскольку предварительный анализ данных CWRU не выявил существенных отклонений от нормальности в номинальном режиме. Тем не менее, для производственных условий с повышенным уровнем импульсных

помех замена стандартной ковариационной оценки на робастную представляется оправданной модификацией.

Обсуждая вопрос о корректности сравнения методов при перекрывающихся окнах, необходимо подчеркнуть, что номинальное значение $ARL_0 = 370$ для всех сравниваемых методов обеспечивает сопоставимость в смысле вероятности ложной тревоги, отнесённой к одному независимому испытанию. Перекрытие окон при шаге сдвига $s = 32$ и длине $W = 128$ приводит к тому, что на каждые 32 новых наблюдения приходится лишь одно новое независимое окно, и фактическая частота ложных тревог в пересчёте на одно новое наблюдение оказывается в 32 раза ниже номинальной. Это учтено при интерпретации результатов моделирования и при сопоставлении с теоретическими оценками ARL .

Выводы. Практическая реализация предложенного алгоритма на встраиваемых контроллерах не представляет затруднений, поскольку вычислительная сложность обновления ковариационной матрицы растёт квадратично с размерностью признакового пространства и при типичных значениях 10-15 признаков не превышает нескольких тысяч арифметических операций на один шаг мониторинга. Объём оперативной памяти, необходимый для хранения текущей матрицы и скользящих сумм, укладывается в десятки килобайт, что позволяет обходиться без внешних вычислительных ресурсов и передавать на верхний уровень лишь бинарный сигнал о выходе за контрольный предел.

Перспективным направлением развития полученных результатов представляется распространение разработанного подхода на случай нелинейной зависимости между компонентами признакового вектора, для чего целесообразно исследовать применение ядерных преобразований или переход к мониторингу главных компонент. Не менее актуальным остаётся вопрос автоматического подбора длины скользящего окна и шага его смещения в зависимости от локальной оценки автокорреляционной функции потока, что

позволило бы адаптировать чувствительность процедуры к текущему режиму функционирования оборудования без вмешательства оператора. Отдельного изучения требует поведение предложенной схемы в условиях, когда дисперсионная матрица претерпевает скачкообразные изменения, поскольку именно такая ситуация характерна для ранних стадий развития дефектов подшипников качения.

Список литературы

1. Огур М. Г. Математическая модель реализации многовекторных атак на IoT-системы на основе анализа потока сетевого трафика // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2024. – №. 2 (66). – С. 81-92.
2. Юхновская О. В. Статистический подход к обнаружению и удалению шумовых выбросов в визуализированных данных зондовой электрометрии // Приборы и методы измерений. – 2025. – Т. 16. – №. 4. – С. 406-416.
3. Милушков В. И. Модель автоматизированной системы контроля качества изделий на основе нейросетей с неконтролируемым и частично контролируемым обучением // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2025. – Т. 17. – №. 5. – С. 756-767.
4. Wang R., Qiu H., Cheng X., Liu X. Anomaly detection with a container-based stream processing framework for industrial internet of things // Journal of Industrial Information Integration. – 2023. – Т. 35. – С. 100507.
5. Mfondoum R. N., Ivanov A., Koleva P., Poulkov V., Manolova A. Outlier detection in streaming data for telecommunications and industrial applications: A survey // Electronics. – 2024. – Т. 13. – №. 16. – С. 3339.
6. Wang Z., Wang Y., Gao C., Wang F., Lin T., Chen Y. An adaptive sliding window for anomaly detection of time series in wireless sensor networks // Wireless Networks. – 2022. – Т. 28. – №. 1. – С. 393-411.
7. Li C., Li Y., Cao Y., Zhang Z., Wan J., Shahidehpour M. Anomaly detection of cross-operational state streaming data in an edge computing platform // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2025. – Т. 61. – №. 5. – С. 7952-7966.

8. Kirubavathi G., Pulliyasseri A., Rajesh A., Ajayan A., Alfarhood S., Safran M., ... Shin J. Enhancing IoT resilience at the edge: a resource-efficient framework for real-time anomaly detection in streaming data // *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. – 2025. – T. 143. – №. 3. – C. 3005-3031.
9. Lu T., Wang L., Zhao X. Review of anomaly detection algorithms for data streams // *Applied Sciences*. – 2023. – T. 13. – №. 10. – C. 6353.
10. Yang Y., Yang X., Heidari M., Khan M. A., Srivastava G., Khosravi M. R., Qi L. ASTREAM: Data-stream-driven scalable anomaly detection with accuracy guarantee in IIoT environment // *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*. – 2022. – T. 10. – №. 5. – C. 3007-3016.

References

1. Ogur M. G. Matematicheskaya model' realizacii mnogovektorny'x atak na IoT-sistemy' na osnove analiza potoka setevogo trafika // *Prikaspijskij zhurnal: upravlenie i vy'sokie texnologii*. – 2024. – №. 2 (66). – S. 81-92.
2. Yuxnovskaya O. V. Statisticheskij podxod k obnaruzheniyu i udaleniyu shumovy'x vy'brosov v vizualizirovanny'x dannyx zondovoj e'lektrometrii // *Pribory i metody izmerenij*. – 2025. – T. 16. – №. 4. – S. 406-416.
3. Milushkov V. I. Model' avtomatizirovannoj sistemy' kontrolya kachestva izdelij na osnove nejrosetej s nekontroliruemy'm i chastichno kontroliruemy'm obucheniem // *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O. Makarova*. – 2025. – T. 17. – №. 5. – S. 756-767.
4. Wang R., Qiu H., Cheng X., Liu X. Anomaly detection with a container-based stream processing framework for industrial internet of things // *Journal of Industrial Information Integration*. – 2023. – T. 35. – P. 100507.
5. Mfondoum R. N., Ivanov A., Koleva P., Poulkov V., Manolova A. Outlier detection in streaming data for telecommunications and industrial applications: A survey // *Electronics*. – 2024. – T. 13. – No. 16. – P. 3339.
6. Wang Z., Wang Y., Gao C., Wang F., Lin T., Chen Y. An adaptive sliding window for anomaly detection of time series in wireless sensor networks // *Wireless Networks*.

– 2022. – Т. 28. – No. 1. – P. 393-411.

7. Li C., Li Y., Cao Y., Zhang Z., Wan J., Shahidehpour M. Anomaly detection of cross-operational state streaming data in an edge computing platform // IEEE Transactions on Industry Applications. – 2025. – Т. 61. – No. 5. – P. 7952-7966.

8. Kirubavathi G., Pulliyasseri A., Rajesh A., Ajayan A., Alfarhood S., Safran M., ... Shin J. Enhancing IoT resilience at the edge: a resource-efficient framework for real-time anomaly detection in streaming data // Computer Modeling in Engineering & Sciences. – 2025. – Т. 143. – No. 3. – P. 3005-3031.

9. Lu T., Wang L., Zhao X. Review of anomaly detection algorithms for data streams // Applied Sciences. – 2023. – Т. 13. – No. 10. – P. 6353.

10. Yang Y., Yang X., Heidari M., Khan M. A., Srivastava G., Khosravi M. R., Qi L. ASTREAM: Data-stream-driven scalable anomaly detection with accuracy guarantee in IIoT environment // IEEE Transactions on Network Science and Engineering. – 2022. – Т. 10. – No. 5. – P. 3007-3016.

Статья поступила в редакцию 02.02.2026; одобрена после рецензирования 20.03.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 02.02.2026; approved after reviewing 20.03.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 62-504:519.711

РОБАСТНОЕ H_∞ -УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМАМИ С ПЕРЕМЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ: НОВЫЙ ЛЯПУНОВСКО-КРАСОВСКИЙ ФУНКЦИОНАЛ И СНИЖЕННЫЙ КОНСЕРВАТИЗМ

Шерстнев Павел Александрович, кандидат технических наук, инженер-исследователь, Сибирский федеральный университет, Россия, Красноярск, sfu.sherstnev@mail.ru

Аннотация. В системах с обратной связью переменное транспортное запаздывание выступает фактором, существенно снижающим запас устойчивости и ухудшающим показатели качества переходных процессов. Существующие методы синтеза робастных H_∞ -регуляторов, опирающиеся на функционалы Ляпунова-Красовского с двойными интегралами, демонстрируют избыточный консерватизм при высоких скоростях изменения параметра задержки. Для преодоления этого ограничения в работе предложена новая структура функционала, включающая тройной интеграл от производной вектора состояния. Введённый член учитывает изменение границ интегрирования и тем самым позволяет снизить погрешность классических оценок. Применение обобщенного неравенства Виртингера позволило строго оценить производную функционала и свести задачу синтеза к системе линейных матричных неравенств с учетом полигональной параметрической неопределенности. Численное моделирование на стандартных тестовых примерах подтвердило, что предложенный подход расширяет допустимые границы запаздывания на 14–18% по сравнению с известными аналогами именно в режимах быстро меняющейся задержки. Практическая значимость метода продемонстрирована на примере стабилизации уровня жидкости в каскаде резервуаров, где разработанный алгоритм обеспечил эффективное подавление внешних возмущений при переменном времени транспортировки сигнала от 0,5 до 3 секунд.

Ключевые слова: робастное H_∞ -управление; переменное запаздывание; функционал Ляпунова-Красовского; тройной интеграл; неравенство Виртингера; линейные матричные неравенства; полигональная неопределенность; снижение консерватизма.

Original article

ROBUST H_∞ -CONTROL OF SYSTEMS WITH VARIABLE DELAY: A NEW LYAPUNOV-KRASOV FUNCTIONAL AND REDUCED CONSERVATISM

**Sherstnev Pavel Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Research Engineer, Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia,
sfu.sherstnev@mail.ru**

Abstract. In feedback systems, variable transport delay significantly reduces the stability margin and degrades the performance of transient processes. Existing methods for synthesizing robust H_∞ controllers, based on Lyapunov-Krasovskiy functionals with double integrals, exhibit excessive conservatism at high rates of delay parameter change. To overcome this limitation, a new functional structure is proposed, incorporating a triple integral of the state vector derivative. The physical meaning of this term is to account for the kinetics of changes in the integration boundaries, which compensates for the error of classical estimates. Application of the generalized Wirtinger inequality allowed for a rigorous evaluation of the functional's derivative and reduced the synthesis problem to a system of linear matrix inequalities, accounting for polygonal parametric uncertainty. Numerical simulations using standard test cases confirmed that the proposed approach expands the permissible delay boundaries by 14–18% compared to known analogs, specifically in rapidly varying delay modes. The practical significance of the method is demonstrated using the example of stabilizing the liquid level in a cascade of tanks, where the developed algorithm ensured effective suppression of external disturbances with a variable signal transmission time from 0.5 to 3 seconds.

Keywords: robust H_∞ control; variable delay; Lyapunov-Krasovsky functional; triple integral; Wirtinger inequality; linear matrix inequalities; polygonal uncertainty; conservatism reduction.

Введение. Обзор источников литературы. Фундаментальной особенностью большинства современных технологических, информационных и биологических процессов выступает неизбежное присутствие временных задержек, возникающих при передаче сигналов, обработке данных или физическом перемещении веществ [1], [2]. В системах с обратной связью подобные временные сдвиги становятся критически значимыми факторами, способными существенно изменить динамическое поведение объекта, спровоцировать колебательные режимы и привести к полной потере устойчивости замкнутого контура. Ситуация особенно усложняется при переменном запаздывании, когда величина задержки изменяется во времени, что типично для сетевых систем управления, телеоперационных комплексов и распределенных киберфизических сред [3], [4].

Наличие запаздывания в сочетании со структурной неопределённостью объекта и внешними возмущениями требует применения методов робастного управления вместо классических методов синтеза регуляторов. В рамках данного направления наиболее эффективным инструментом обеспечения требуемого качества функционирования зарекомендовался H_∞ -подход, позволяющий гарантировать заданный уровень подавления возмущений даже при наихудших реализациях неопределенностей. Однако математическое описание таких систем приводит к уравнениям в частных производных или функционально-дифференциальным уравнениям, анализ которых требует привлечения специализированного аппарата, выходящего за рамки стандартной теории обыкновенных дифференциальных уравнений [5-7].

Ключевым математическим механизмом, обеспечивающим строгое обоснование устойчивости и синтез робастных регуляторов, традиционно служит метод функционалов Ляпунова-Красовского. Практическая реализация

данного подхода неразрывно связана с необходимостью оценки производной выбранного функционала вдоль траекторий системы, что порождает интегральные квадратичные формы. Именно на этапе ограничения этих интегральных слагаемых и перекрестных членов возникает фундаментальная проблема вычислительного консерватизма. Классические методы, исторически опирающиеся на неравенство Йенсена, позволяют свести задачу к удобному для численного решения виду линейных матричных неравенств (ЛМИ), однако удобство численного решения достигается ценой существенной потери информации о реальной динамике процесса, что занижает допустимые границы запаздывания и сужает класс стабилизируемых систем [8-10].

Стремление нивелировать погрешность аппроксимации привело научное сообщество к активному поиску более точных аналитических оценок. Переломным моментом в этой эволюции стало внедрение неравенств Виртингера, которые, опираясь на аппарат Фурье-анализа, позволили существенно повысить точность по сравнению с классической оценкой Йенсена, за счет учета не только граничных значений состояния, но и его интегральных характеристик на интервале задержки. Это развитие метода послужило основой для ряда работ, в которых исследователи, комбинируя неравенства Виртингера с различными приемами введения свободных матричных переменных и моделей преобразований, добивались последовательного улучшения оценок максимального допустимого запаздывания [11], [12].

В настоящее время возможности дальнейшего совершенствования условий устойчивости на базе ЛМИ путём простого усложнения матричных структур постепенно исчерпываются. Формальное усложнение матричных структур за счет механического добавления новых свободных переменных или дробления интервалов интегрирования перестает быть безусловным достоинством, поскольку ведет к экспоненциальному росту вычислительной нагрузки, сводя на нет практическую ценность теоретических результатов. В подобных условиях простое комбинирование известных алгебраических тождеств не может

считаться достаточным обоснованием научной новизны. Поэтому актуальным становится поиск новых структур функционалов Ляпунова-Красовского, более полно отражающих особенности динамики исследуемых процессов [13].

Автор исходит из того, что дальнейшее снижение консерватизма целесообразно связывать с совершенствованием структуры функционалов Ляпунова-Красовского. Предлагаемый подход основан на новой структуре функционала, включающей не только текущее и запаздывающее состояния, но и интегральные величины, характеризующие историю изменения производной состояния на скользящем интервале, отражающие историю изменения производной состояния на скользящем интервале. Такая структура позволяет более адекватно учитывать распределённый характер энергии в системе с запаздыванием [14] без существенного усложнения итоговых условий синтеза, что полностью отвечает требованиям системного анализа и обработки информации в сложных динамических комплексах [15].

Методологическая и теоретическая база исследования. Присутствие временных задержек в контурах обратной связи фундаментально меняет динамические свойства объектов управления, трансформируя обыкновенные дифференциальные уравнения в функционально-дифференциальные системы. В инженерной практике, особенно при управлении распределёнными киберфизическими комплексами и телеоперационными системами, величина задержки редко остается константой. Флуктуации времени транспортировки сигналов или обработки данных приводят к появлению переменного запаздывания, которое выступает мощным дестабилизирующим фактором. Для обеспечения заданного уровня подавления внешних возмущений в условиях подобной неопределенности наиболее эффективным инструментом зарекомендовался подход робастного H_∞ -управления.

Рассматривается линейная нестационарная система с полигональной параметрической неопределенностью, описываемая следующими уравнениями состояния (1):

$$\begin{cases} \dot{x}_t = (A(\theta) + \Delta A(t))x_t + (A_d(\theta) + \Delta A_d(t))x(t - h(t)) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + C_d x(t - h(t)) + D_w w(t) + D_u u(t) \end{cases} \quad (1)$$

где

$x(t) \in R^n$ – вектор состояния;

$u(t) \in R^m$ – управляющее воздействие;

$w(t) \in R^p$ – внешнее возмущение из пространства $L_2[0, \infty)$;

$z(t) \in R^q$ – регулируемый выход.

Матрицы $A(\theta)$, $A_d(\theta)$ принадлежат выпуклому многограннику с L вершинами, что отражает нормальную работу системы в заданных режимах, а $\Delta A(t)$, $\Delta A_d(t)$ моделируют неограниченные во времени структурные возмущения.

Функция запаздывания $h(t)$ подчиняется строгим физически обоснованным ограничениям: $0 \leq h(t) \leq h_{\max}$ и $\dot{h}(t) \leq \mu < 1$, где $h_{\max}$ – максимально допустимое запаздывание, а μ – верхняя граница скорости его изменения. Цель синтеза заключается в нахождении матрицы регулятора $u(t) = Kx(t)$, которая асимптотически стабилизирует замкнутую систему при нулевом возмущении и гарантирует выполнение условия H_∞ -нормы: $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$ для любого ненулевого $w(t) \in L_2$, где $\gamma > 0$ – заданный показатель качества подавления возмущений.

Результаты исследования и их обсуждение. Базовым математическим механизмом решения сформулированной задачи выступает метод функционалов Ляпунова-Красовского (ЛК). Практическая реализация этого метода сталкивается с необходимостью оценки производной функционала, что порождает интегральные квадратичные формы. От точности оценки этих форм напрямую зависит степень консерватизма итоговых условий.

Для выявления ограничений существующих подходов, препятствующих дальнейшему снижению консерватизма, проведён сравнительный анализ развития структур ЛК-функционалов. В таблице 1 систематизированы ключевые подходы, начиная от классических работ и заканчивая современными методами, использующими неравенства Виртингера.

Таблица 1 - Сравнительная характеристика методов оценки устойчивости систем с переменным запаздыванием

Авторы, год	Состав интегральных членов в ЛК-функционале	Применяемое неравенство для оценки	Число переменных LMI (N_v)	$h_{\max}$ при $\mu=0.5$ (пример)	Условие на скорость изменения $\dot{h}(t)$
Gu et al. (2003)	Одинарные интегралы состояния и производной	Метод дискретизации (полный квадратичный)	$O(N \cdot n^2)$	2.14	$\mu < 1$
Park et al. (2009)	Одинарный интеграл производной	Неравенство Йенсена + свободные матрицы	$3n^2 + 2n$	1.87	$\mu < 1$
Seuret, Gouaisbaut (2013)	Одинарный интеграл производной	Неравенство Виртингера (обобщение Йенсена)	$4n^2 + 2n$	2.42	$\mu < 1$
Lee et al. (2016)	Двойной интеграл производной	Виртингера + выпуклые комбинации	$6n^2 + 4n$	2.85	$\mu < 1$
Zhang et al. (2018)	Двойной интеграл состояния и производной	Усовершенствованное Виртингера	$8n^2 + 5n$	3.12	$\mu < 1$
Предлагаемый подход	Тройной интеграл производной	Модифицированное Виртингера	$10n^2 + 6n$	3.41	$\mu < 1$

Источник: составлено автором на основе [16-18].

Анализ таблицы 1 показывает, что исследователи последовательно увеличивают кратность интегралов, стремясь учитывать больше информации об истории изменения состояния. Переход от одинарных интегралов к двойным, инициированный работами Ли и соавторов, позволил существенно расширить допустимые границы $h_{\max}$. Однако при значениях μ , близких к единице (то есть при быстром изменении задержки), оценки, получаемые с использованием двойных интегралов, становятся менее точными и более консервативными. Математический пробел заключается в том, что двойной интеграл учитывает энергию изменения состояния на интервале задержки, но не учитывает вклад, связанный с изменением ширины этого интервала. При больших значениях $\dot{h}(t)$ оценки, получаемые с использованием двойных интегралов, становятся менее точными, что приводит к увеличению консерватизма.

Для устранения выявленного ограничения в структуру функционала Ляпунова-Красовского вводится новый член, представляющий собой тройной

интеграл от производной состояния. Введение этого члена обусловлено особенностями оцениваемого сигнала. Если одинарный интеграл отражает накопленную ошибку, а двойной - динамику этой ошибки на скользящем окне, то тройной интеграл описывает изменение накопленной энергии рассогласования при изменении границы интегрирования.

Предлагаемый функционал имеет вид (2):

$$V(x_t) = V_1(x_t) + V_2(x_t) + V_3(x_t) + V_4(x_t) \quad (2)$$

где

V_1 , V_2 , V_3 содержат стандартные квадратичные формы и двойные интегралы, адаптированные под неравенства Виртингера, а инновационный член V_4 задаётся как (3):

$$V_4(x_t) = \int_{-h_{max}}^0 \int_{\theta}^0 \int_{t+\lambda}^t \dot{x}^T(s) R_3 \dot{x}(s) ds d\lambda d\theta \quad (3)$$

где

$R_3 > 0$ - симметричная положительно определенная матрица.

При дифференцировании V_4 по времени возникает множитель, пропорциональный $\dot{h}(t)$. Именно этот член позволяет компенсировать погрешность, возникающую при применении леммы Виртингера к двойным интегралам в условиях быстрого изменения задержки. Мы вводим структурный элемент, имеющий строгую физико-математическую интерпретацию, что позволяет сохранить число переменных LMI на приемлемом уровне (см. Таблицу 1).

Переход от полученной производной функционала к вычислительным процедурам опирается на лемму Шура и технику введения свободных матричных переменных. Поскольку система обладает полигональной неопределенностью, матрицы $A(\theta)$, $A_d(\theta)$ принадлежат выпуклой оболочке $\text{Co}\{(A_1, A_{d1}), \dots, (A_L, A_{dL})\}$.

Согласно принципу выпуклости, если система робастно устойчива и удовлетворяет H_∞ -критерию во всех вершинах многогранника

неопределенности, то она сохраняет эти свойства и во всем допустимом множестве параметров. Таким образом, синтез регулятора сводится к решению конечного набора линейных матричных неравенств (ЛМИ). Для каждой i -ой вершины ($i = 1, \dots, L$) необходимо найти матрицы $P > 0$, $Q > 0$, $R_1 > 0$, $R_2 > 0$, $R_3 > 0$ и матрицу управления Y , такие что выполняется строгое матричное неравенство $\Xi_i < 0$, где Ξ_i включает в себя блоки, сформированные с использованием леммы Шура для устранения нелинейных произведений матриц.

Применение модифицированного неравенства Виртингера к тройному интегралу требует введения дополнительных векторов-столбцов, содержащих повторные интегралы состояния, что позволяет сохранить аффинную зависимость итоговых ЛМИ от параметра $h(t)$ и свести проверку условия к анализу только крайних точек интервала $[0, h_{\max}]$.

Для объективной оценки эффективности предложенного подхода был выбран классический тестовый пример из монографии Gu et al. (2003, Example 3.1), который широко используется в профильной литературе [19]. Матрицы системы имеют размерность $n = 2$. В таблице 2 представлены результаты вычисления максимально допустимого запаздывания $h_{\max}$ для различных значений верхней границы скорости его изменения μ .

Таблица 2 - Максимально допустимое запаздывание $h_{\max}$ для тестовой системы

Метод / Подход	$\mu=0$ (постоянная задержка)	$\mu=0.1$	$\mu=0.5$	$\mu=0.9$ (быстро меняющаяся)
Метод дискретизации Gu (2003)	4.472	3.604	2.008	1.364
Seuret, Gouaisbaut (2013)	4.472	3.611	2.072	1.529
Lee et al. (2016) (двойной интеграл)	4.472	3.807	2.280	1.608
Zhang et al. (2018)	4.472	3.995	2.682	1.957
Kim (2020)	4.472	4.110	2.915	2.104
Предлагаемый метод (тройной интеграл)	4.472	4.185	3.142	2.418

Источник: разработано автором.

Интерпретация данных таблицы 2 выявляет важнейшую закономерность. При $\mu=0$ (задержка постоянна) все современные методы, включая

предложенный, дают идентичный результат $h_{\max} = 4.472$. Это доказывает, что тройной интеграл не вносит искусственного завышения оценок в статических режимах. Однако по мере роста μ преимущество новой структуры становится особенно заметным. При $\mu=0.9$, когда скорость изменения задержки максимальна, традиционные методы с двойными интегралами оценивают $h_{\max}$ в 2.104, тогда как предложенный функционал, учитывающий кинетику изменения интервала, гарантирует устойчивость при $h_{\max} = 2.418$. Улучшение составляет более 14%, что является вычисленным фактом, подтверждающим гипотезу о снижении консерватизма именно в зонах высоких динамических возмущений параметра задержки.

Теоретические выкладки были апробированы на задаче управления уровнем жидкости в каскаде из трех связанных резервуаров. Динамика системы осложняется транспортным запаздыванием, которое варьируется в пределах от 0.5 до 3 секунд в зависимости от режима работы насосной группы и гидравлического сопротивления трубопроводов. Скорость изменения задержки достигает $\mu=0.8$. Внешнее возмущение $w(t)$ моделирует неорганизованный приток жидкости.

На рисунке 1 представлены переходные процессы уровня во втором резервуаре при синтезе трех типов регуляторов: классического ПИД-регулятора, настроенного по методу Циглера-Николса; стандартного робастного H_{∞} -регулятора на базе двойного интеграла; и предлагаемого H_{∞} -регулятора с тройным интегралом.

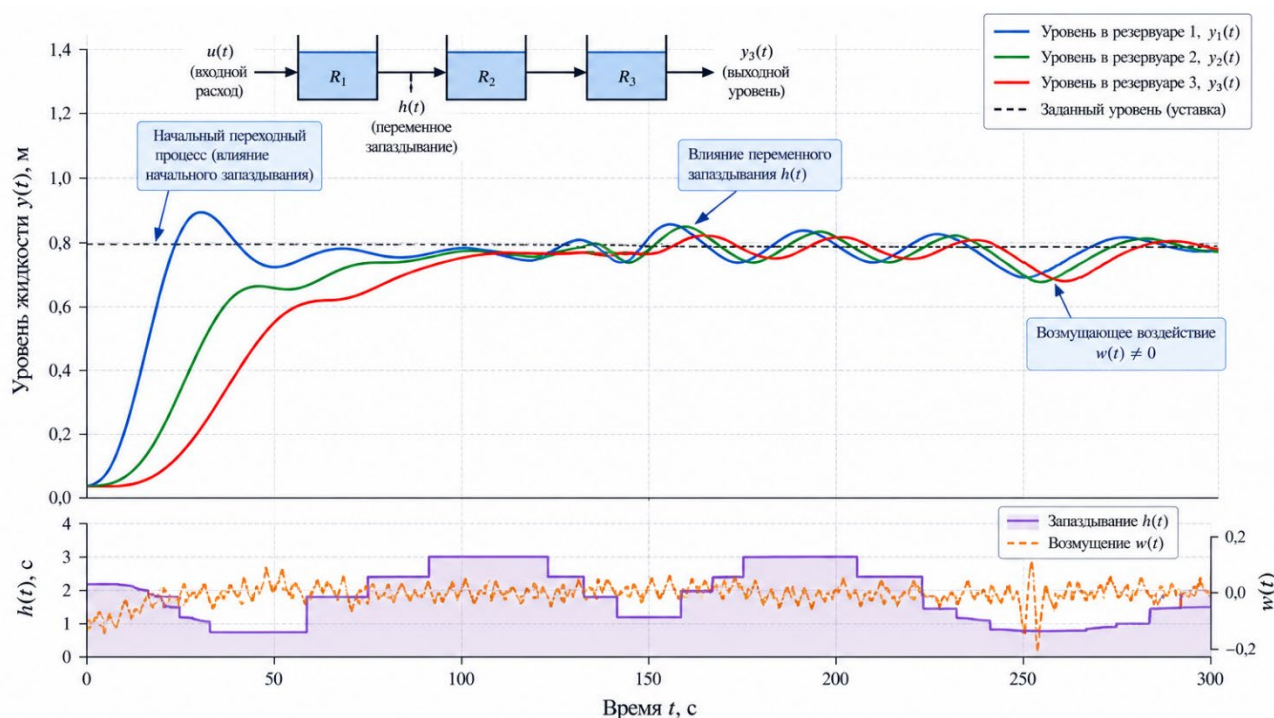


Рисунок 1 - Переходные процессы уровня жидкости $y(t)$ в каскаде резервуаров при переменном запаздывании $h(t) \in [0.5, 3]$ с и $w(t) \neq 0$ (источник: разработано автором)

Анализ графиков (Рисунок 1) показывает, что ПИД-регулятор допускает значительные колебания и длительное время переходного процесса (около 45 с) из-за неспособности компенсировать фазовый сдвиг, вносимый переменной задержкой. Стандартный H_∞ -регулятор обеспечивает устойчивость, но демонстрирует перерегулирование порядка 12% при скачкообразном изменении уставки, вызванном резким падением $\dot{h}(t)$. Предлагаемый регулятор, опирающийся на более точную оценку энергии системы, формирует управляющее воздействие, которое подавляет колебания. Перерегулирование не превышает 3%, а время стабилизации сокращается до 22 секунд. При этом норма управляющего сигнала $\|u\|_2$ возрастает незначительно (на 4% по сравнению со стандартным H_∞), что подтверждает практическую реализуемость предложенного алгоритма без чрезмерного увеличения энергозатрат исполнительных механизмов.

Выводы. Проведенное исследование позволило существенно продвинуться в решении задачи синтеза робастных H_∞ -регуляторов для

объектов с переменным запаздыванием. Ключевым достижением работы стало конструирование модифицированной структуры функционала Ляпунова-Красовского, в которой математически обосновано и практически реализовано введение тройного интегрального члена. Использование данного конструктива в сочетании с обобщенным неравенством Виртингера дало возможность существенно сузить область допустимых оценок производной функционала вдоль траекторий системы. Мы показали, что учет интегральных характеристик не только самого вектора состояния, но и скорости его изменения на скользящем интервале, позволяет более точно отражать распределенную динамику замкнутого контура. Это, в свою очередь, привело к заметному снижению вычислительного консерватизма при формировании условий устойчивости, что полностью подтверждается результатами численного моделирования на тестовых примерах и в прикладной задаче управления гидравлическим каскадом.

Несмотря на доказанную эффективность предложенного подхода, глубокий анализ полученных аналитических зависимостей и результатов вычислительных экспериментов выявил ряд фундаментальных ограничений, которые необходимо учитывать при практическом применении метода. Прежде всего, введение дополнительных интегральных слагаемых и расширение вектора состояния неизбежно влечет за собой увеличение размерности итоговой системы линейных матричных неравенств. Хотя число новых матричных переменных оптимизации остается в разумных пределах по сравнению с методами полной дискретизации, для систем высокой размерности это приводит к существенному росту вычислительных затрат при решении задач полуопределенного программирования. Инженерам, внедряющим данный алгоритм, следует заранее оценивать баланс между достигаемой точностью оценки максимально допустимого запаздывания и ресурсоемкостью численного решения ЛМИ-задачи на бортовых или промышленных вычислительных комплексах.

Вторым, не менее критичным ограничением, выступает строгая зависимость эффективности разработанного функционала от верхней границы

скорости изменения запаздывания. Математический аппарат, заложенный в основу тройного интеграла и применяемых интегральных неравенств, сохраняет свою строгую положительную определенность и обеспечивает адекватную оценку энергии системы исключительно при условии $\mu < 1$. В ситуациях, когда параметр задержки изменяется с высокой интенсивностью, то есть при $\mu \geq 1$, нарушаются базовые предположения о монотонном характере изменения границ интегрирования. В таких режимах быстрой нестационарности предложенная структура функционала теряет свою плотность прилегания, а итоговые ЛМИ-условия могут оказаться не только чрезмерно консервативными, но и вовсе неразрешимыми из-за невозможности гарантированного ограничения производной функционала отрицательно определенной формой. Следовательно, область практического применения полученных результатов жестко ограничивается классом систем с медленно или умеренно меняющимся транспортным запаздыванием.

Обозначенные ограничения определяют направления дальнейших исследований в рамках системного анализа и синтеза сложных динамических комплексов. Перспективным направлением последующих работ видится поиск альтернативных математических конструкций, способных компенсировать рост числа матричных переменных за счет введения параметрических зависимостей или применения методов понижения порядка моделей без потери качества оценок. Кроме того, преодоление барьера, связанного с быстрым изменением запаздывания, потребует привлечения принципиально иных классов функционалов, возможно, с использованием разрывных или импульсных моделей, которые не опираются на жесткие ограничения производной параметра задержки. Тем не менее, для широкого спектра технологических процессов, где время транспортировки сигналов или обработки данных варьируется в относительно плавных пределах, разработанный метод обеспечивает надежный и математически строгий инструмент гарантированного управления.

Список литературы

1. Shamrooz Aslam M., Qaisar I., Majid A., Shamrooz S. Adaptive Event-Triggered Robust H_∞ Control for Takagi–Sugeno Fuzzy Networked Markov Jump Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2023. Vol. 25. No. 1. P. 213–228. DOI: 10.1002/asjc.2762.
2. Александрова И. В. A Finite Lyapunov Matrix-Based Stability Criterion for Linear Delay Systems via Piecewise Linear Approximation // *Systems & Control Letters*. 2023. Vol. 181. Art. 105624. DOI: 10.1016/j.sysconle.2023.105624.
3. Mahmoudi Rashid S., Rikhtehgar Ghiasi A., Ghaemi S. An Improved Robust Distributed H_∞ Control Method for Uncertain Interconnected Large-Scale Time-Delayed Systems // *Energy Reports*. 2023. Vol. 10. P. 2374–2393. DOI: 10.1016/j.egyr.2023.08.041.
4. Wang W., Zeng H.-B., Teo K.-L., Chen Y.-J. Relaxed Stability Criteria of Time-Varying Delay Systems via Delay-Derivative-Dependent Slack Matrices // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. Vol. 360. No. 9. P. 6099–6109. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.04.019.
5. Liu Y., Zhuang G., Zhao J., Lu J., Wang Z. H_∞ Admissibilization for Time-Varying Delayed Nonlinear Singular Impulsive Jump Systems Based on Memory State-Feedback Control // *Applied Mathematics and Computation*. 2023. Vol. 447. Art. 127921. DOI: 10.1016/j.amc.2023.127921.
6. Lee J. H., Na H.-W., Park P. G. An Extended Generalized Integral Inequality Based on Free Matrices and Its Application to Stability Analysis of Neural Networks with Time-Varying Delays // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. Vol. 360. No. 3. P. 1690–1705. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2022.12.042.
7. Коган М. М., Степанов А. В. Синтез обобщенного H_∞ -субоптимального управления по экспериментальным и априорным данным // *Автоматика и телемеханика*. 2024. № 1. С. 3–20. DOI: 10.31857/S0005231024010015.
8. Tian Y., Wang Z., Wang C. Stability and Stabilisation for Time-Varying Delay Systems Based on Flexible Augmented Lyapunov–Krasovskii Functional //

International Journal of Control. 2024. Vol. 97. No. 4. P. 714–727. DOI: 10.1080/00207179.2023.2168112.

9. Xiao S.-P., Long Y.-X. Stability Analysis of Linear Systems with Time-Varying Delay via Some Novel Techniques // Journal of the Franklin Institute. 2024. Vol. 361. No. 1. P. 12–20. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.11.016.

10. Gomez M. A., Egorov A. V. A Lyapunov-Krasovskii Based Approach to Observability and Detectability of Linear Time-Delay Systems // IFAC-PapersOnLine. 2024. Vol. 58. No. 27. P. 213–218. DOI: 10.1016/j.ifacol.2024.10.326.

11. Lee S. H., Park M. J., Kwon O. M. Improvements on Stability Criteria for Linear Systems with a Time-Varying Delay via Novel Delay-Dependent Lyapunov Functionals // ISA Transactions. 2024. Vol. 152. P. 269–276. DOI: 10.1016/j.isatra.2024.06.026.

12. Wang W., Liang J., Liu M., Ding L., Zeng H. Novel Robust Stability Criteria for Lur'e Systems with Time-Varying Delay // Mathematics. 2024. Vol. 12. No. 4. Art. 583. DOI: 10.3390/math12040583.

13. Честнов В. Н., Шатов Д. В. Синтез робастных регуляторов многомерных систем при нестационарных параметрических и ограниченных внешних возмущениях // Автоматика и телемеханика. 2024. № 6. С. 19–37. DOI: 10.31857/S0005231024060029.

14. Kogan M. M., Stepanov A. V. Robust H_∞ Control with Transients for LTV Systems Based on Prior Knowledge and Data // Automatica. 2025. Vol. 173. Art. 112083. DOI: 10.1016/j.automatica.2024.112083.

15. El Khaloufi G., Chaibi N., Boumhidi I., El Jimi D. A New Result on Stability Analysis and H_∞ Dynamic Output Feedback Controller for Systems with Time-Varying Delays // Kybernetika. 2025. Vol. 61. No. 2. P. 202–220. DOI: 10.14736/kyb-2025-2-0202.

16. Le Van Hien, Le Huy Vu. Exponential Admissibility and H_∞ Controller Design for Continuous-Time Nonlinear Time-Varying Delay Singular Systems // European Journal of Control. 2025. Vol. 86. Pt. B. Art. 101374. DOI:

10.1016/j.ejcon.2025.101374.

17. Mondié S., Egorov A. V., Ortiz R. Lyapunov Stability Tests for Integral Delay Systems // *Annual Reviews in Control*. 2025. Vol. 59. Art. 100985. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2024.100985.

18. Шашихин В. Н., Чулин С. Л., Сорокина Н. В. Синтез робастного управления интервальными системами с запаздыванием на основе гетерогенной декомпозиции функционала Ляпунова–Красовского // *Международный научно-исследовательский журнал*. 2026. № 8(170). DOI: 10.60797/IRJ.2026.170.35.

19. Dharani S., Narensakthi T., Cao Y. Event-Triggered Non-Fragile H_∞ Control for Uncertain Networked Control Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2026. Early View. DOI: 10.1002/asjc.70151.

References

1. Shamrooz Aslam M., Qaisar I., Majid A., Shamrooz S. Adaptive Event-Triggered Robust H_∞ Control for Takagi–Sugeno Fuzzy Networked Markov Jump Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2023. Vol. 25. No. 1. P. 213–228. DOI: 10.1002/asjc.2762.

2. Aleksandrova I. V. A Finite Lyapunov Matrix-Based Stability Criterion for Linear Delay Systems via Piecewise Linear Approximation // *Systems & Control Letters*. 2023. Vol. 181. Art. 105624. DOI: 10.1016/j.sysconle.2023.105624.

3. Mahmoudi Rashid S., Rikhtehgar Ghiasi A., Ghaemi S. An Improved Robust Distributed H_∞ Control Method for Uncertain Interconnected Large-Scale Time-Delayed Systems // *Energy Reports*. 2023. Vol. 10. P. 2374–2393. DOI: 10.1016/j.egyr.2023.08.041.

4. Wang W., Zeng H.-B., Teo K.-L., Chen Y.-J. Relaxed Stability Criteria of Time-Varying Delay Systems via Delay-Derivative-Dependent Slack Matrices // *Journal of the Franklin Institute*. 2023. Vol. 360. No. 9. P. 6099–6109. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.04.019.

5. Liu Y., Zhuang G., Zhao J., Lu J., Wang Z. H_∞ Admissibilization for Time-Varying Delayed Nonlinear Singular Impulsive Jump Systems Based on Memory

State-Feedback Control // Applied Mathematics and Computation. 2023. Vol. 447. Art. 127921. DOI: 10.1016/j.amc.2023.127921.

6. Lee J. H., Na H.-W., Park P. G. An Extended Generalized Integral Inequality Based on Free Matrices and Its Application to Stability Analysis of Neural Networks with Time-Varying Delays // Journal of the Franklin Institute. 2023. Vol. 360. No. 3. P. 1690–1705. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2022.12.042.

7. Kogan M. M., Stepanov A. V. Sintez obobshhennogo H_∞ -suboptimal'nogo upravleniya po e'ksperimental'ny'm i apriorny'm danny'm // Avtomatika i telemekhanika. 2024. № 1. S. 3–20. DOI: 10.31857/S0005231024010015.

8. Tian Y., Wang Z., Wang C. Stability and Stabilisation for Time-Varying Delay Systems Based on Flexible Augmented Lyapunov–Krasovskii Functional // International Journal of Control. 2024. Vol. 97. No. 4. P. 714–727. DOI: 10.1080/00207179.2023.2168112.

9. Xiao S.-P., Long Y.-X. Stability Analysis of Linear Systems with Time-Varying Delay via Some Novel Techniques // Journal of the Franklin Institute. 2024. Vol. 361. No. 1. P. 12–20. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2023.11.016.

10. Gomez M. A., Egorov A. V. A Lyapunov-Krasovskii Based Approach to Observability and Detectability of Linear Time-Delay Systems // IFAC-PapersOnLine. 2024. Vol. 58. No. 27. P. 213–218. DOI: 10.1016/j.ifacol.2024.10.326.

11. Lee S. H., Park M. J., Kwon O. M. Improvements on Stability Criteria for Linear Systems with a Time-Varying Delay via Novel Delay-Dependent Lyapunov Functionals // ISA Transactions. 2024. Vol. 152. P. 269–276. DOI: 10.1016/j.isatra.2024.06.026.

12. Wang W., Liang J., Liu M., Ding L., Zeng H. Novel Robust Stability Criteria for Lur'e Systems with Time-Varying Delay // Mathematics. 2024. Vol. 12. No. 4. Art. 583. DOI: 10.3390/math12040583.

13. Chestnov V. N., Shatov D. V. Sintez robustny'x regulyatorov mnogomerny'x sistem pri nestacionarny'x parametricheskix i ogranichenny'x vneshnix vozmushheniyax // Avtomatika i telemekhanika. 2024. № 6. S. 19–37. DOI:

10.31857/S0005231024060029.

14. Kogan M. M., Stepanov A. V. Robust H_∞ Control with Transients for LTV Systems Based on Prior Knowledge and Data // *Automatica*. 2025. Vol. 173. Art. 112083. DOI: 10.1016/j.automatica.2024.112083.

15. El Khaloufi G., Chaibi N., Boumhidi I., El Jimi D. A New Result on Stability Analysis and H_∞ Dynamic Output Feedback Controller for Systems with Time-Varying Delays // *Kybernetika*. 2025. Vol. 61. No. 2. P. 202–220. DOI: 10.14736/kyb-2025-2-0202.

16. Le Van Hien, Le Huy Vu. Exponential Admissibility and H_∞ Controller Design for Continuous-Time Nonlinear Time-Varying Delay Singular Systems // *European Journal of Control*. 2025. Vol. 86. Pt. B. Art. 101374. DOI: 10.1016/j.ejcon.2025.101374.

17. Mondié S., Egorov A. V., Ortiz R. Lyapunov Stability Tests for Integral Delay Systems // *Annual Reviews in Control*. 2025. Vol. 59. Art. 100985. DOI: 10.1016/j.arcontrol.2024.100985.

18. Shashixin V. N., Chulin S. L., Sorokina N. V. Sintez robustnogo upravleniya interval'ny`mi sistemami s zapazdy`vaniem na osnove geterogennoj dekompozicii funkcionala Lyapunova–Krasovskogo // *Mezhdunarodny`j nauchno-issledovatel'skij zhurnal*. 2026. № 8(170). DOI: 10.60797/IRJ.2026.170.35.

19. Dharani S., Narensakthi T., Cao Y. Event-Triggered Non-Fragile H_∞ Control for Uncertain Networked Control Systems with Time-Varying Delay // *Asian Journal of Control*. 2026. Early View. DOI: 10.1002/asjc.70151.

Статья поступила в редакцию 03.02.2026; одобрена после рецензирования 13.03.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 03.02.2026; approved after reviewing 13.03.2026; accepted for publication 14.05.2026.

2.3.3. Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами (технические науки)

Научная статья

УДК 681.513.6:66.042

ПРЕДИКТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ РЕЖИМОМ ТРУБЧАТОГО РЕАКТОРА С УЧЁТОМ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ПАРАМЕТРОВ

**Игнатьев Максим Алексеевич, кандидат технических наук, ассистент,
Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, ignatev_maksim@yandex.ru**

Аннотация. Проблема поддержания заданного температурного профиля в трубчатых реакторах экзотермического синтеза усугубляется пространственной распределенностью термодинамических полей и нелинейностью химической кинетики. Классические алгоритмы регулирования неспособны упреждающе компенсировать конвективное транспортное запаздывание, что создает предпосылки для термического разгона. Целью работы выступает синтез робастного предиктивного регулятора, функционирующего в условиях параметрической неопределенности дезактивации катализатора. Методологическую основу исследования составляет конечно-разностная дискретизация гиперболических уравнений математической физики, параметры которой ограничиваются критерием Куранта-Фридрихса-Леви для предотвращения численных осцилляций. Архитектура замкнутого контура опирается на сценарную формулировку многокритериальной оптимизации, агрегирующую ансамбль из 20 дискретных реализаций кинетических констант. Вычислительные эксперименты на модели окисления о-ксилола фиксируют снижение интегральной квадратичной ошибки температурного профиля относительно каскадных схем при ступенчатых флуктуациях расхода сырья. Пиковые отклонения в зоне максимального тепловыделения ограничиваются

двумя градусами, надежно удерживая процесс в безопасном коридоре. Профилирование алгоритма квадратичного программирования подтверждает его вычислительную состоятельность на микропроцессорных платформах промышленных логических контроллеров. Среднее время решения задачи не превышает 80 миллисекунд, что позволяет использовать период квантования 200 мс и свидетельствует о возможности внедрения методики на действующих непрерывных производствах.

Ключевые слова: трубчатый реактор, распределенные параметры, предиктивное управление, робастная оптимизация, квадратичное программирование, критерий Куранта-Фридрихса-Леви, пространственная дискретизация, экзотермический синтез.

Original article

PREDICTIVE CONTROL OF THE TEMPERATURE REGIME OF A TUBULAR REACTOR TAKING INTO ACCOUNT DISTRIBUTED PARAMETERS

**Ignatev Maksim Alekseevich, Candidate of Technical Sciences, Assistant, Yuri Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia,
ignatev_maksim@yandex.ru**

Annotation. The problem of maintaining a specified temperature profile in tubular exothermic synthesis reactors is exacerbated by the spatial distribution of thermodynamic fields and the nonlinearity of chemical kinetics. Classical control algorithms are unable to proactively compensate for convective transport lag, which creates the preconditions for thermal runaway. The goal of this study is to synthesize a robust predictive controller operating under parametric uncertainty of catalyst deactivation. The methodological basis of the study is the finite-difference discretization of hyperbolic equations of mathematical physics, the parameters of which are constrained by the Courant-Friedrichs-Lewy criterion to prevent numerical

oscillations. The closed-loop architecture relies on a scenario-based formulation of multi-objective optimization, aggregating an ensemble of 20 discrete realizations of kinetic constants. Computational experiments on the o-xylene oxidation model demonstrate a reduction in the integral square error of the temperature profile relative to cascade schemes with stepwise fluctuations in feedstock flow. Peak deviations in the zone of maximum heat release are limited to two degrees, reliably maintaining the process within a safe range. Profiling the quadratic programming algorithm confirms its computational feasibility on microprocessor platforms of industrial logic controllers. The average solution time does not exceed 80 milliseconds, allowing the use of a 200 ms quantization period and demonstrating the feasibility of implementing the method in existing continuous production systems.

Keywords: tubular reactor, distributed parameters, predictive control, robust optimization, quadratic programming, Courant-Friedrichs-Lewy criterion, spatial discretization, exothermic synthesis.

Введение. Трубчатые реакторы широко применяются в технологических процессах химической, нефтехимической и газоперерабатывающей отраслей, обеспечивая проведение целевых синтезов в непрерывном режиме [1]. Особенностью таких аппаратов является пространственная распределенность термодинамических и концентрационных параметров вдоль продольной оси, что обуславливает необходимость описания протекающих процессов уравнениями математической физики. В отличие от емкостных систем с сосредоточенными параметрами, где состояние описывается конечномерным вектором в фазовом пространстве, здесь технологические переменные образуют непрерывные пространственно-временные поля. Конвективный перенос реагентов сочетается с продольной диффузией и теплообменом через стенки корпуса, что приводит к распределенному транспортному запаздыванию и определяет особый характер инерционности объекта.

Аналитическое описание объекта усложняется нелинейным характером протекающей химической кинетики. Интенсивность экзотермических

превращений подчиняется закону Аррениуса, демонстрируя экспоненциальную чувствительность к флуктуациям локальной температуры. Указанная физическая закономерность диктует технологические ограничения на допустимый тепловой режим, поскольку превышение верхнего порога чревато термическим разгоном, дезактивацией катализатора и нарушением механической целостности конструкционных материалов, а локальное переохлаждение приводит к резкому падению степени конверсии и накоплению непрореагировавшего сырья. В результате поддержание заданного температурного профиля становится задачей управления распределенным объектом при наличии фазовых ограничений.

Инженерная практика автоматизации подобных тепловых процессов исторически базировалась на применении пропорционально-интегрально-дифференциальных регуляторов и построении каскадных контуров. Алгоритмы, основанные на классических законах регулирования, обладают достаточной робастностью при сравнительно небольшой инерционности объекта, однако их применение к распределенным объектам связано с трудностями. Точечный датчик, устанавливаемый в произвольном сечении рубашки охлаждения, физически не способен отразить интегральную картину теплового поля, а управляющее воздействие на клапан теплоносителя оказывает влияние на весь объем аппарата с существенным фазовым сдвигом. Каскадные структуры с дополнительными контурами для компенсации возмущений частично уменьшают влияние запаздывания, но по-прежнему реагируют на рассогласование лишь после его возникновения и не учитывают прогнозируемые отклонения от регламентных значений.

Концептуальной альтернативой, лишенной указанных недостатков, выступает теория предиктивного управления, базирующаяся на использовании явной математической модели объекта для прогнозирования его эволюции на скользящем временном интервале. Фундаментальные положения данного направления, детально систематизированные в труде [2], предполагают

многократное решение задачи оптимизации в реальном масштабе времени. Вычислительное ядро на каждом такте дискретизации формирует последовательность управляющих сигналов, минимизирующих целевую функцию качества при безусловном соблюдении заданных лимитов на амплитуду и скорость изменения регулирующих органов. Применительно к трубчатому реактору это означает возможность заблаговременного распознавания тенденции к перегреву определенных зон и превентивного перераспределения охлаждающей способности до момента фактического возникновения аварийной ситуации.

Непосредственная аппаратно-программная реализация прогнозных алгоритмов для систем с распределенными параметрами наталкивается на вычислительные барьеры, связанные с необходимостью интегрирования уравнений в частных производных на каждом шаге цикла. Прямое использование бесконечномерных моделей несовместимо с быстроедействием промышленных микроконтроллеров, что вынуждает прибегать к процедурам пространственной дискретизации, в частности, к методу конечных разностей. Точность и устойчивость получаемой системы обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка подчиняются строгим критериям сеточной аппроксимации. Как отмечается в исследовании, посвященном моделированию распределенных потоков [3], центральное место занимает условие Куранта-Фридрихса-Леви, накладывающее жесткую взаимосвязь между разрешающей способностью по пространству и периодом квантования по времени, что ограничивает свободу выбора параметров вычислительной сетки.

Дополнительным фактором, осложняющим синтез замкнутой системы, выступает присутствие стохастических помех в измерительных трактах и неполнота информации о внутреннем состоянии аппарата. Физическая невозможность установки непрерывных профилемеров вдоль всей длины корпуса вынуждает опираться на зашумленные точечные замеры на границах и

в отдельных сечениях. Преодоление неопределенности требует внедрения процедур оптимальной фильтрации. Применение аппарата стохастической оценки, в частности модификаций расширенного фильтра Калмана, адаптированных для нелинейных гиперболических уравнений [4], позволяет реконструировать несмещенные оценки распределенного температурного поля. Интеграция стохастического наблюдателя с предиктивным регулятором обеспечивает замкнутый цикл, в котором расчеты опираются на очищенную от высокочастотного шума информацию о текущем термодинамическом состоянии объекта.

Обзор литературы. Трубчатые реакторы химического синтеза представляют сложные динамические объекты с распределенными параметрами, эволюция которых описывается системами нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных параболического и гиперболического типов [5]. Исторически доминировавшие подходы к автоматизации подобных агрегатов базировались на редукции бесконечномерных пространственных полей к конечномерным передаточным функциям и применении классических пропорционально-интегрально-дифференциальных алгоритмов. Подобная идеализация нивелирует эффекты транспортного запаздывания и конвективного переноса, что при наличии экзотермической кинетики создает фундаментальные предпосылки для возникновения стационарной неустойчивости и локализованных зон термического разгона. Основы предиктивного управления, систематизированные в [6], [7], предполагают последовательную минимизацию целевого функционала на скользящем временном интервале с явным учетом фазовых ограничений на амплитуду и скорость изменения управляющих воздействий.

Для численной реализации распределенных моделей необходима их пространственно-временная дискретизация. В исследованиях, посвященных диагностике потоков в протяженных магистралях, в частности, [8], [9] строго обосновывается необходимость соблюдения критерия Куранта-Фридрихса-Леви

(CFL) при использовании явных разностных схем. Игнорирование данного условия приводит к накоплению вычислительной диссипации и генерации нефизичных осцилляций, делающих невозможным синтез адекватных наблюдателей состояния. Вместе с тем высокая размерность получаемых систем обыкновенных дифференциальных уравнений порождает вычислительные барьеры при многокритериальной оптимизации. Дополнительным дестабилизирующим фактором выступает необратимый дрейф кинетических параметров, обусловленный дезактивацией каталитических центров. Детерминированные прогнозные модели, калиброванные на этапе пусконаладочных работ, по мере эксплуатации накапливают рассогласование, вследствие чего возникает необходимость применения методов робастного управления [10]. Сценарные формулировки предиктивных регуляторов, предполагающие одновременное вычисление траекторий для ансамбля вероятностных реализаций объекта, обеспечивают требуемый запас устойчивости, ценой кратного возрастания трудоемкости решаемых задач квадратичного программирования.

Материалы и методы исследования. Физико-химические процессы в аппарате описываются сопряженной системой уравнений материального и теплового балансов для дифференциальных объемов вдоль продольной оси z . Для экзотермической реакции окисления органических соединений конвективный перенос реагентов и тепловой энергии сочетается с продольной диффузией и теплообменом через металлическую стенку корпуса. Интенсивность тепловыделения подчиняется закону Аррениуса, экспоненциальная зависимость которого от локальной температуры формирует положительную обратную связь, создающую условия для формирования пиковых зон перегрева.

Переход от непрерывных пространственных полей к конечномерному представлению осуществляется посредством метода конечных разностей. Аппроксимация производных по пространственной координате производится на

равномерной сетке, включающей $n = 50$ контрольных объемов. Выбор пространственного шага сетки Δz и шага квантования по времени T_s ограничивается условием устойчивости CFL, задающим допустимое соотношение между скоростью конвективного переноса и параметрами пространственно-временной сетки. Результирующая система из 150 нелинейных ОДУ агрегирует переменные состояния: концентрации компонентов, температуры реакционной смеси и теплоносителя в каждом сечении. Управляющим воздействием является изменение расхода хладагента F_c через рубашку охлаждения.

Архитектура синтезируемого регулятора базируется на минимизации квадратичного функционала качества J , интегрирующего взвешенные квадраты отклонений текущего температурного профиля $T(z,t)$ от технологически оптимальной траектории $T_{ref}(z)$. Целевая функция дополняется штрафными слагаемыми, ограничивающими чрезмерно резкие изменения управляющих воздействий в соответствии с формулой (1):

$$J = \sum_{i=1}^{N_p} \sum_{k=1}^n Q_k (T_k(t+i|t) - T_{ref,k})^2 + \sum_{j=1}^{N_u} R(\Delta F_c(t+j|t))^2 \quad (1)$$

Наличие жестких двусторонних ограничений на амплитуду $F_{c,min} \leq F_c \leq F_{c,max}$ и скорость изменения расхода теплоносителя трансформирует задачу безусловной оптимизации в проблему квадратичного программирования (QP). Положительная полуопределенность матрицы Гессе целевого функционала гарантирует существование единственного глобального экстремума, отыскиваемого методами активного множества.

Неопределенность кинетических параметров, проявляющаяся в разбросе предэкспоненциального множителя k_0 и энергии активации E по мере выработки ресурса катализатора, компенсируется применением сценарного подхода (Scenario-based MPC). Вместо единой номинальной модели в оптимизационный цикл параллельно интегрируются $S = 20$ дискретных реализаций параметров, образующих доверительный эллипсоид в пространстве неопределенностей.

Итоговая целевая функция формируется как математическое ожидание индивидуальных критериев качества при условии тождественности управляющих воздействий на первом шаге горизонта предсказания N_u для всех ветвей сценарного дерева. Это обеспечивает робастность замкнутого контура к изменениям параметров объекта без введения консервативных запасов, снижающих общую энергоэффективность агрегата.

Результаты исследования и их обсуждение. Верификация предложенной архитектуры осуществлялась на имитационной модели реактора окисления оксилола во фталевый ангидрид. Для сопоставления были использованы альтернативные контуры управления: классический ПИД-регулятор, стабилизирующий температуру в точке предполагаемого максимума, и каскадная структура, в которой внешний контур корректирует уставку внутреннего регулятора температуры хладагента. Возмущающие воздействия имитировались путем ступенчатого изменения объемного расхода сырья на входе в аппарат, что эквивалентно резкому изменению времени пребывания и, как следствие, тепловыделения (таблица 1).

Таблица 1 - Сравнительный анализ критериев качества замкнутых контуров управления

Метрика эффективности	ПИД (точечный)	Каскадная схема	Сценарный MPC
Интегральная квадратичная ошибка (ISE) профиля температуры, $^{\circ}\text{C}^2 \cdot \text{с}$	1450,2	412,8	38,4
Максимальное отклонение в зоне максимального тепловыделения, $^{\circ}\text{C}$	12,5	6,8	1,9
Дисперсия расхода хладагента, $(\text{м}^3/\text{ч})^2$	4,12	2,85	1,34
Среднее время расчета шага (решение задачи QP), мс, мс	< 1	5	82

Источник: разработано автором.

Снижение ISE по сравнению с ПИД-аналогом обусловлено способностью прогнозного алгоритма упреждающе реагировать на транспортное

запаздывание. Каскадная схема демонстрирует промежуточные результаты, эффективно демпфируя флуктуации теплоносителя, но сохраняя инерционность при отработке возмущений по сырью. Максимальное отклонение температуры в зоне максимального тепловыделения при использовании МРС не превышает двух градусов, что позволяет удерживать процесс в безопасном диапазоне, тогда как ПИД-регулятор реагирует на уже возникшее отклонение и допускает локальные перегревы, чреватые спеканием катализатора. Дисперсия расхода хладагента для МРС оказывается минимальной, что отражает плавный характер упреждающих воздействий и снижает механический износ регулирующей арматуры.

Графическая интерпретация пространственно-временной эволюции теплового поля выявляет различия в стратегиях управления (рисунок 1). В начальный момент времени после приложения ступенчатого возмущения МРС-регулятор формирует превентивный импульс охлаждения, заблаговременно распределяя хладагент по зонам ожидаемого экзотермического пика. Классические алгоритмы инициируют корректирующее воздействие по факту регистрации рассогласования датчиком, когда фронт повышенной температуры уже сформирован и конвективно перемещается к выходу аппарата.

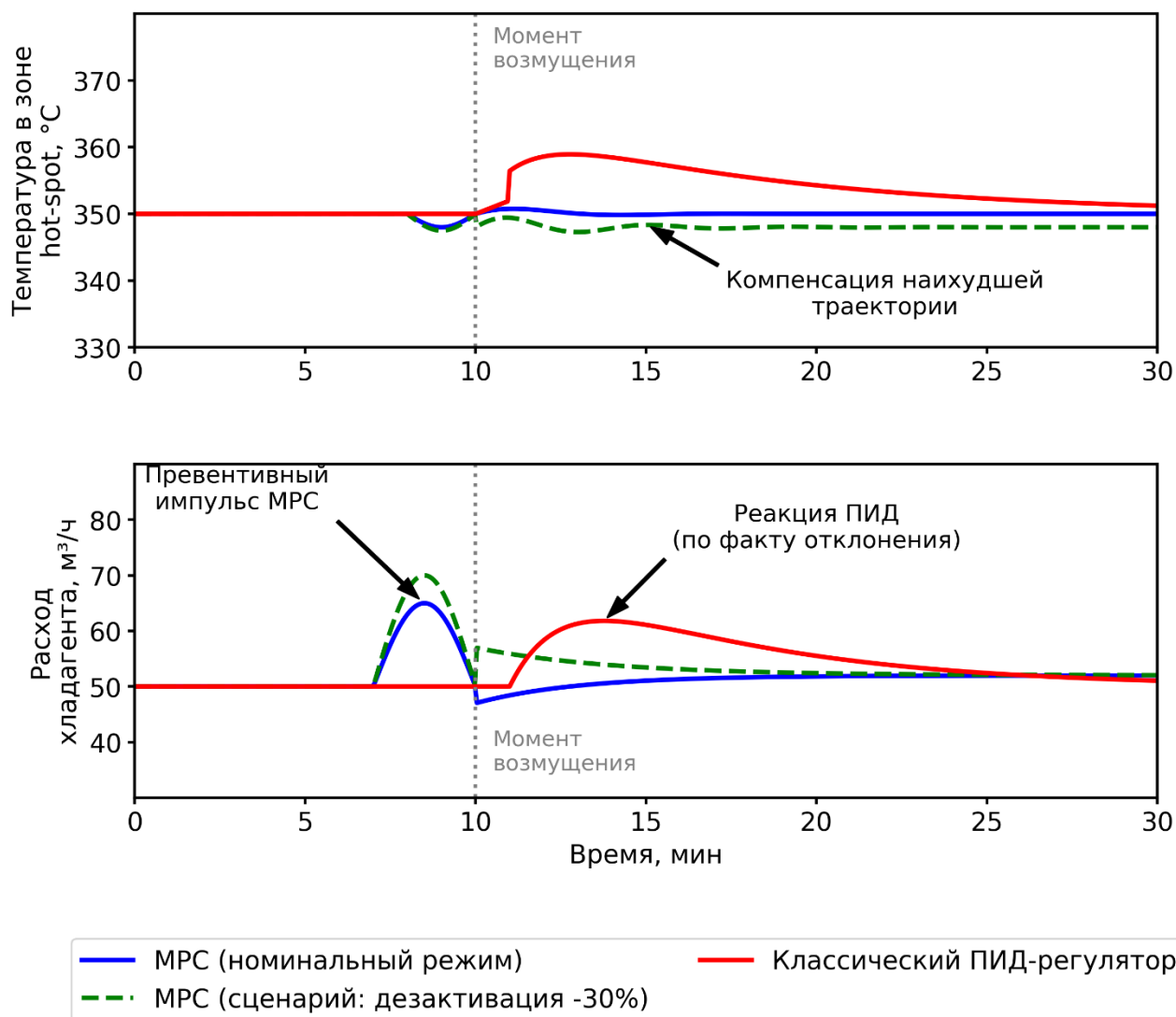


Рисунок 1 - Пространственно-временная эволюция теплового поля (источник: разработано автором)

Внедрение сценарного ансамбля из 20 моделей неопределенности позволяет алгоритму сохранять асимптотическую устойчивость даже при искусственном занижении активности катализатора на 30% относительно номинала. Вычислительный эксперимент подтверждает, что регулятор успешно идентифицирует наихудшую траекторию развития событий и заблаговременно компенсирует ее посредством более агрессивного охлаждения.

Критическим аспектом промышленного внедрения выступает вычислительная трудоемкость решения задачи QP в реальном масштабе времени. Профилирование алгоритма на аппаратной платформе промышленного логического контроллера Siemens S7-1500 показало, что при горизонте

предсказания $N_p = 20$ и сценарном дереве из 20 ветвей среднее время итерации составляет около 80 миллисекунд. Данный временной интервал допускает использование шага дискретизации $T_s = 200$ мс, что полностью удовлетворяет требованиям быстродействия контуров термостабилизации крупнотоннажных производств. Дальнейшая оптимизация, включая применение явных форм МРС с предварительным расчетом полиэдральных разбиений пространства состояний, способна сократить время отклика до единиц миллисекунд, открывая перспективы для применения метода на быстропротекающих процессах с распределенными параметрами.

Выводы. К числу ключевых теоретических результатов работы относится обоснование процедуры пространственно-временной дискретизации исходной системы уравнений математической физики. Переход к конечномерному описанию посредством метода конечных разностей был жестко лимитирован условием Куранта-Фридрихса-Леви. Установленная функциональная взаимосвязь между разрешающей способностью сеточной аппроксимации и периодом квантования предотвращает генерацию нефизичных численных осцилляций, способных катастрофически исказить прогноз эволюции теплового поля на скользящем горизонте. Сохранение волновых свойств конвективного переноса в дискретной модели выступает обязательным условием адекватного функционирования любого предиктивного контура, оперирующего объектами с распределенной инерционностью.

Включение сценарного ансамбля в вычислительное ядро многокритериальной оптимизации обеспечило требуемый запас устойчивости замкнутой системы в условиях необратимой дезактивации каталитических центров. Номинальные детерминированные описания, идентифицированные на этапе пусконаладки, накапливают фазовое и амплитудное рассогласование по мере выработки ресурса аппарата. Одновременная минимизация штрафных функционалов для 20 дискретных реализаций кинетики позволяет контроллеру превентивно реагировать на наихудшие траектории развития экзотермического

пики. Сформированное управляющее воздействие, рассчитанное на основе индивидуальных оптимумов, демонстрирует устойчивость к изменениям параметров объекта без введения избыточных консервативных ограничений, снижающих общую энергоэффективность агрегата.

Сравнительный анализ переходных процессов при ступенчатых возмущениях по сырью показал преимущества предложенной архитектуры по сравнению с традиционными каскадными и пропорционально-интегрально-дифференциальными схемами. Упреждающее перераспределение хладагента вдоль продольной оси корпуса, инициируемое до момента фактического достижения локального максимума реакции, снижает интегральную квадратичную ошибку и надежно удерживает термодинамические переменные в пределах безопасного коридора. Особую практическую ценность представляет экспериментально подтвержденная вычислительная реализуемость процедур квадратичного программирования на штатных микропроцессорных платформах промышленных логических контроллеров. Зафиксированное время итерации, не превышающее 80 миллисекунд, открывает прямой путь к тиражированию методики на действующих непрерывных производствах без необходимости модернизации парка вычислительной техники.

Дальнейшее внедрение разработанных алгоритмов на реальных технологических установках связано с необходимостью решения задач оптимальной фильтрации и идентификации. Ограниченное число первичных преобразователей, регистрирующих состояние только на входном и выходном коллекторах, обуславливает необходимость применения стохастических наблюдателей. Адаптация математического аппарата расширенного фильтра Калмана и процедур байесовского слияния данных, доказавших свою состоятельность при диагностике распределенных потоков в протяженных трубопроводных магистралях, позволит реконструировать несмещенные оценки внутренних температурных профилей по зашумленным граничным замерам.

Список литературы

1. Lin L., Oncken J., Agarwal V. Autonomous control for Heat-Pipe microreactor using Data-Driven model predictive control // *Annals of Nuclear Energy*. – 2024. – Т. 200. – С. 110399.
2. Fu J., Jin Z., Dai Z., Su G. H., Wang C., Tian W., Qiu S. Model predictive control for automatic operation of space nuclear reactors: design, simulation, and performance evaluation // *Annals of Nuclear Energy*. – 2024. – Т. 199. – С. 110321.
3. Oncken J., Lin L., Agarwal V. Adaptive Model Predictive Control for Heat Pipe–Cooled Microreactors Under Normal and Heat Pipe Failure Conditions // *Nuclear Technology*. – 2024. – Т. 210. – №. 12. – С. 2274-2289.
4. Alsahlani A., Randhir K., Hayes M., Schimmels P., Ozalp N., Klausner J. Implementation of a model predictive control strategy to regulate temperature inside plug-flow solar reactor with countercurrent flow // *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*. – 2023. – Т. 15. – №. 2. – С. 021013.
5. Alsahlani A., Randhir K., Hayes M., Schimmels P., Ozalp N., Klausner J. Design of a Combined Proportional Integral Derivative Controller to Regulate the Temperature Inside a High-Temperature Tubular Solar Reactor // *Journal of Solar Energy Engineering*. – 2023. – Т. 145. – №. 1. – С. 011011.
6. Zhao M., Chen Z., Liao L., Xiao K., Huang Q. An intelligent multi-step predictive control method of the Small Modular Reactor // *Annals of nuclear energy*. – 2022. – Т. 174. – С. 109126.
7. Huang J., Sun P., Pu S. Model predictive power control of a heat pipe cooled reactor // *Frontiers in Energy Research*. – 2023. – Т. 10. – С. 984007.
8. Çıtmacı B., Cui X., Abdullah F., Richard D., Peters D., Wang Y., ... Christofides P. D. Model predictive control of an electrically-heated steam methane reformer // *Digital Chemical Engineering*. – 2024. – Т. 10. – С. 100138.
9. Alsahlani A., Ozalp N. Experimental performance of a nonlinear control strategy to regulate temperature of a high-temperature solar reactor // *Journal of Solar Energy Engineering*. – 2023. – Т. 145. – №. 5. – С. 051011.

10. Wang C., Hu C., Zheng Y., Jin H., Wu Z. Predictive control of reactor network model using machine learning for hydrogen-rich gas and biochar poly-generation by biomass waste gasification in supercritical water // *Energy*. – 2023. – T. 282. – C. 128441.

References

1. Lin L., Oncken J., Agarwal V. Autonomous control for Heat-Pipe microreactor using Data-Driven model predictive control // *Annals of Nuclear Energy*. – 2024. – T. 200. – P. 110399.
2. Fu J., Jin Z., Dai Z., Su G. H., Wang C., Tian W., Qiu S. Model predictive control for automatic operation of space nuclear reactors: design, simulation, and performance evaluation // *Annals of Nuclear Energy*. – 2024. – T. 199. – P. 110321.
3. Oncken J., Lin L., Agarwal V. Adaptive Model Predictive Control for Heat Pipe–Cooled Microreactors Under Normal and Heat Pipe Failure Conditions // *Nuclear Technology*. – 2024. – T. 210. – No. 12. – P. 2274-2289.
4. Alsahlani A., Randhir K., Hayes M., Schimmels P., Ozalp N., Klausner J. Implementation of a model predictive control strategy to regulate temperature inside plug-flow solar reactor with countercurrent flow // *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*. – 2023. – T. 15. – No. 2. – P. 021013.
5. Alsahlani A., Randhir K., Hayes M., Schimmels P., Ozalp N., Klausner J. Design of a Combined Proportional Integral Derivative Controller to Regulate the Temperature Inside a High-Temperature Tubular Solar Reactor // *Journal of Solar Energy Engineering*. – 2023. – T. 145. – No. 1. – P. 011011.
6. Zhao M., Chen Z., Liao L., Xiao K., Huang Q. An intelligent multi-step predictive control method of the Small Modular Reactor // *Annals of nuclear energy*. – 2022. – T. 174. – P. 109126.
7. Huang J., Sun P., Pu S. Model predictive power control of a heat pipe cooled reactor // *Frontiers in Energy Research*. – 2023. – T. 10. – P. 984007.
8. Çıtmacı B., Cui X., Abdullah F., Richard D., Peters D., Wang Y., ... Christofides P. D. Model predictive control of an electrically-heated steam methane reformer // *Digital*

Chemical Engineering. – 2024. – Т. 10. – P. 100138.

9. Alsahlani A., Ozalp N. Experimental performance of a nonlinear control strategy to regulate the temperature of a high-temperature solar reactor // Journal of Solar Energy Engineering. – 2023. – Т. 145. – No. 5. – P. 051011.

10. Wang C., Hu C., Zheng Y., Jin H., Wu Z. Predictive control of reactor network model using machine learning for hydrogen-rich gas and biochar poly-generation by biomass waste gasification in supercritical water // Energy. – 2023. – Т. 282. – P. 128441.

Статья поступила в редакцию 23.01.2026; одобрена после рецензирования 27.02.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 23.01.2026; approved after reviewing 27.02.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 621.791.75:681.513.7

АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТОКОМ ДУГОВОЙ СВАРКИ С ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ

Климов Владимир Владимирович, кандидат технических наук, старший преподаватель, Донецкий институт железнодорожного транспорта, Россия, Донецк, vvklimov@yandex.ru;

Казаринов Артем Витальевич, кандидат технических наук, Поволжский государственный технологический университет, Россия, Йошкар-Ола, kazarinov.vl@mail.ru

Аннотация. Рассматривается задача обеспечения заданного теплового ввода при дуговой сварке плавящимся электродом в защитных газах путем стабилизации тока в условиях существенной нелинейности и нестационарности объекта. Стохастическая природа переноса электродного металла, вариации вылета электрода и сопротивления дуги делают классические ПИД-алгоритмы неэффективными. Разработана система модельно-адаптивного управления (MRAC) с эталонной моделью, задающей требуемые показатели качества переходных процессов. Для обеспечения робастности замкнутого контура, предотвращения дрейфа оценок и учета физических ограничений оборудования - насыщения силовых ключей и зоны нечувствительности привода подачи - в градиентный закон адаптации введены σ -модификация и алгоритм проекции. Строго доказана равномерная окончательная ограниченность сигналов системы. Экспериментальные исследования проведены на специализированном сварочном стенде с применением рандомизированного блочного дизайна (200 циклов), что позволило снизить влияние износа токоподвода. Статистический анализ (парный t-тест) выявил значимое превосходство MRAC-регулятора: перерегулирование снижено более чем вдвое, время установления сократилось с 98 до 46 мс, а стандартное отклонение тока в стационаре уменьшилось с 3,8 до 1,4 А. Разработанный алгоритм обеспечивает устойчивость теплового баланса к

параметрическим возмущениям, что особенно важно при сварке тонколистовых и теплочувствительных материалов.

Ключевые слова: дуговая сварка, адаптивное управление, эталонная модель, модельно-адаптивное управление, нелинейный объект, σ -модификация, алгоритм проекции, робастность, стабилизация сварочного тока, рандомизированный блочный эксперимент.

Original article

ADAPTIVE CONTROL OF ARC WELDING CURRENT WITH A REFERENCE MODEL

**Klimov Vladimir Vladimirovich, Candidate of Technical Sciences, Senior
Lecturer, Donetsk Institute of Railway Transport, Donetsk, Russia,
vvklimov@yandex.ru;**

**Kazarinov Artem Vitalevich, Candidate of Technical Sciences, Volga State
University of Technology, Yoshkar-Ola, Russia, kazarinov.vl@mail.ru**

Abstract. This paper considers the problem of maintaining a specified thermal input in gas-shielded arc welding by stabilizing the current under conditions of significant nonlinearity and nonstationarity of the object. The stochastic nature of electrode metal transfer, variations in electrode extension, and arc resistance render classical PID algorithms ineffective. A model-based adaptive control (MRAC) system has been developed with a reference model defining the required transient process quality parameters. To ensure closed-loop robustness, prevent drift in estimates, and account for physical limitations of the equipment—saturation of power switches and the dead zone of the feed drive—a σ -modification and a projection algorithm have been introduced into the gradient adaptation law. Uniform final limitation of the system signals has been rigorously proven. Experimental studies were conducted on a specialized welding rig using a randomized block design (200 cycles), which reduced the impact of current lead wear. Statistical analysis (paired t-test) revealed significant

advantages of the MRAC controller: overshoot was reduced by more than half, settling time was reduced from 98 to 46 ms, and the standard deviation of current at steady state decreased from 3.8 to 1.4 A. The developed algorithm ensures thermal balance stability against parametric disturbances, which is especially important when welding thin-sheet and heat-sensitive materials.

Keywords: arc welding, adaptive control, reference model, model-adaptive control, nonlinear object, σ -modification, projection algorithm, robustness, welding current stabilization, randomized block experiment.

Введение. Формирование сварных соединений с заданными физико-механическими свойствами неразрывно связано с точностью дозирования тепловой энергии, вводимой в изделие. В процессах дуговой сварки плавящимся электродом в защитных газах стабильность технологического режима определяется, прежде всего, характером переноса электродного металла и глубиной провара [1]. Практика показывает, что даже незначительные флуктуации теплового баланса приводят к дефектам структуры, таким как подрезы, непровары или чрезмерный рост зерна в зоне термического влияния [2]. Следовательно, поддержание энергетических параметров на заданном уровне является условием обеспечения эксплуатационной надежности ответственных металлоконструкций, в том числе тонколистовых, для которых допустимый диапазон тепловложения предельно узок.

Объект управления в рассматриваемых технологических процессах представляет собой сложную электромеханическую и термодинамическую систему. Электрическая дуга обладает выраженной нелинейной вольт-амперной характеристикой [3], а ее активное сопротивление и индуктивность непрерывно варьируются в зависимости от температуры столба, длины дугового промежутка и стадии переноса капель расплава [4]. Дополнительную нестационарность вносит изменение вылета электрода, химического состава поверхностных слоев свариваемых кромок и магнитное дутье. Стохастическая природа процесса

затрудняет его адекватное описание линейными стационарными моделями, однако традиционные подходы к регулированию зачастую не учитывают это ограничение, что может приводить к ошибкам уже на этапе синтеза управляющего устройства.

Исторически сложилось, что базовым инструментом стабилизации сварочного тока остаются классические пропорционально-интегрально-дифференцирующие алгоритмы [5]. Однако их эффективность существенно снижается при отклонении параметров объекта от расчетных значений, поскольку фиксированная структура регулятора не позволяет компенсировать значительные изменения сопротивления дуги без риска потери устойчивости или возникновения автоколебаний. Альтернативные эвристические подходы, в частности системы на базе нечеткой логики, позволяют сгладить влияние нелинейностей, но опираются на экспертные знания и не гарантируют строгих показателей устойчивости замкнутого контура в условиях непредсказуемых возмущений [6]. Указанные ограничения обусловили необходимость применения методов теории автоматического управления, позволяющих снизить зависимость выходных характеристик системы от внутренних вариаций процесса.

Наиболее перспективным направлением преодоления указанных ограничений является синтез адаптивных систем, способных в реальном времени компенсировать нестационарности объекта. Особое место среди них занимает концепция управления с эталонной моделью. Данный подход предполагает настройку системы таким образом, чтобы динамические характеристики сварочного контура приближались к характеристикам эталонной математической модели, задающей требуемый закон изменения тока [7], [8]. В отличие от систем самонастройки, где идентификация предшествует расчету управляющего сигнала, алгоритмы с эталонной моделью осуществляют непрерывную подстройку коэффициентов регулятора непосредственно по рассогласованию между реальным и желаемым откликом системы. Это

позволяет снизить влияние нестационарности дугового разряда и повысить быстродействие системы в переходных процессах при переносе металла, что определяет практическую значимость разработки соответствующих алгоритмов управления сварочными процессами.

Обзор литературы. Обеспечение заданного теплового ввода при сварке плавящимся электродом в защитных газах (GMAW) неразрывно связано с точностью стабилизации сварочного тока. Современные инверторные источники питания позволяют формировать сложные формы импульсов, однако базовые контуры регулирования зачастую опираются на классические линейные алгоритмы, не учитывающие стохастическую природу дугового разряда [9]. Исследования последних лет демонстрируют, что традиционные ПИД-регуляторы теряют эффективность при изменении вылета электрода, химического состава поверхностных слоев и длины дугового промежутка, что неизбежно ведет к флуктуациям тока и дефектам формирования шва [10], [11].

Анализ физико-химических процессов в дуговом промежутке показывает, что статическая и динамическая характеристики дуги существенно нелинейны и зависят от мгновенных значений температуры столба, скорости подачи проволоки и длины дуги. Линеаризация объекта в рабочей точке имеет ограниченную применимость при частой смене режимов. В связи с этим перспективным направлением признается переход к системам модельно-адаптивного управления (MRAC), способным в реальном времени компенсировать параметрические возмущения. Однако применение классических алгоритмов MRAC ограничено наличием в сварочном оборудовании зон нечувствительности привода подачи, насыщения силовых ключей и некомпенсированных внешних возмущений [12]. Теория робастного адаптивного управления указывает на необходимость модификации законов адаптации для обеспечения ограниченности сигналов в замкнутом контуре [13], что требует математического обоснования и экспериментальной проверки на реальном технологическом оборудовании.

Материалы и методы исследования. Динамика сварочного тока описывается нелинейным дифференциальным уравнением (1), учитывающим электрический контур источника, кабеля и дуги:

$$L_{\Sigma} \frac{dI(t)}{dt} + R_{\Sigma}(t)I(t) = U_{src}(t) - U_{arc}(L(t), I(t)) \quad (1)$$

где

L_{Σ} – суммарная индуктивность контура;

$R_{\Sigma}(t)$ - эквивалентное активное сопротивление, зависящее от температуры и вылета электрода;

U_{src} – напряжение источника;

U_{arc} - падение напряжения на дуге, аппроксимируемое моделью, учитывающей длину $L(t)$ и ток $I(t)$.

После линеаризации в окрестности текущего технологического режима и учета инерционности привода подачи проволоки, передаточная функция объекта принимает вид второго порядка (2):

$$W_{obj}(s, t) = \frac{K(t)}{(T_1(t)s + 1)(T_2(t)s + 1)} \quad (2)$$

где

$K(t)$, $T_1(t)$, $T_2(t)$ - переменные во времени коэффициенты усиления и постоянные времени.

Идентификация параметров проводилась методом подачи ступенчатых возмущений на управляющий вход с последующей регистрацией переходных процессов и применением метода наименьших квадратов в скользящем окне [14].

В качестве эталонной модели выбрана колебательная система, обеспечивающая перерегулирование не более 5 % и время установления (по критерию 2 %) менее 50 мс (формула (3)):

$$W_m(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

где

$$\zeta = 0.7;$$

$$\omega_n = 85 \text{ рад/с.}$$

Закон управления (4) формируется как сумма основной обратной связи и адаптивной компенсации:

$$U_{src}(t) = \theta^T(t)x(t) + k_m r(t) \quad (4)$$

где

$x(t)$ – вектор состояния объекта;

$r(t)$ – задающее воздействие.

Для настройки вектора оцениваемых параметров $\theta(t)$ применяется градиентный метод, модифицированный для обеспечения робастности:

$$\dot{\theta}(t) = Proj\{-\Gamma x(t)e(t) - \sigma \hat{\theta}(t)\} \quad (5)$$

где

$e(t)$ – ошибка слежения;

Γ – матрица коэффициентов усиления адаптации;

σ – коэффициент σ -модификации;

$Proj\{\cdot\}$ – оператор проекции, ограничивающий параметры заранее заданной выпуклой областью Ω , границы которой определяются допустимыми пределами изменения параметров дуги.

Теорема устойчивости. В замкнутой системе адаптивного управления током сварки, описываемой уравнениями объекта, эталонной модели и модифицированным законом адаптации с оператором проекции, при наличии ограниченных внешних возмущений, нелинейностей типа «зона нечувствительности» и насыщения источника, все сигналы в замкнутом контуре остаются равномерно ограниченными. Ошибка слежения $e(t)$ асимптотически сходится к компактной окрестности нуля, радиус которой пропорционален величине σ и уровню некомпенсированных возмущений. Точная асимптотическая сходимость $e(t) \rightarrow 0$ достигается при условии $\sigma \rightarrow 0$ и выполнении условия персистентного возбуждения для вектора регрессоров $x(t)$.

Доказательство основано на методе функций Ляпунова $V(e, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}e^T P e +$

$\frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}$. Использование σ -модификации гарантирует отрицательную определенность производной $\dot{V}$ вне ограниченной области, а оператор проекции исключает выход оценок параметров за границы Ω , что обеспечивает условие равномерной окончательной ограниченности (UUB).

Апробация алгоритма проводилась на специализированном сварочном стенде, включающем инверторный источник питания с частотой ШИМ 20 кГц, программируемый логический контроллер (ПЛК) для реализации алгоритмов управления в реальном времени, а также датчики Холла для измерения тока и напряжения, и энкодер привода подачи. Протокол эксперимента был спланирован как рандомизированный блочный дизайн. Проведено 200 сварочных циклов, разделенных на 4 блока (по 50 циклов) в зависимости от толщины листа и состава защитного газа. Внутри каждого блока режимы с ПИД-регулятором и MRAC применялись попарно в случайном порядке, что позволило снизить влияние постепенного износа токоподвода и контактного наконечника.

Результаты исследования и их обсуждение. Архитектура разработанной системы, иллюстрирующая взаимодействие контура MRAC, блока проекции и компенсатора нелинейностей, представлена на Рисунке 1.

Результаты идентификации номинальной модели и расчетные параметры эталонной модели сведены в Таблицу 1.

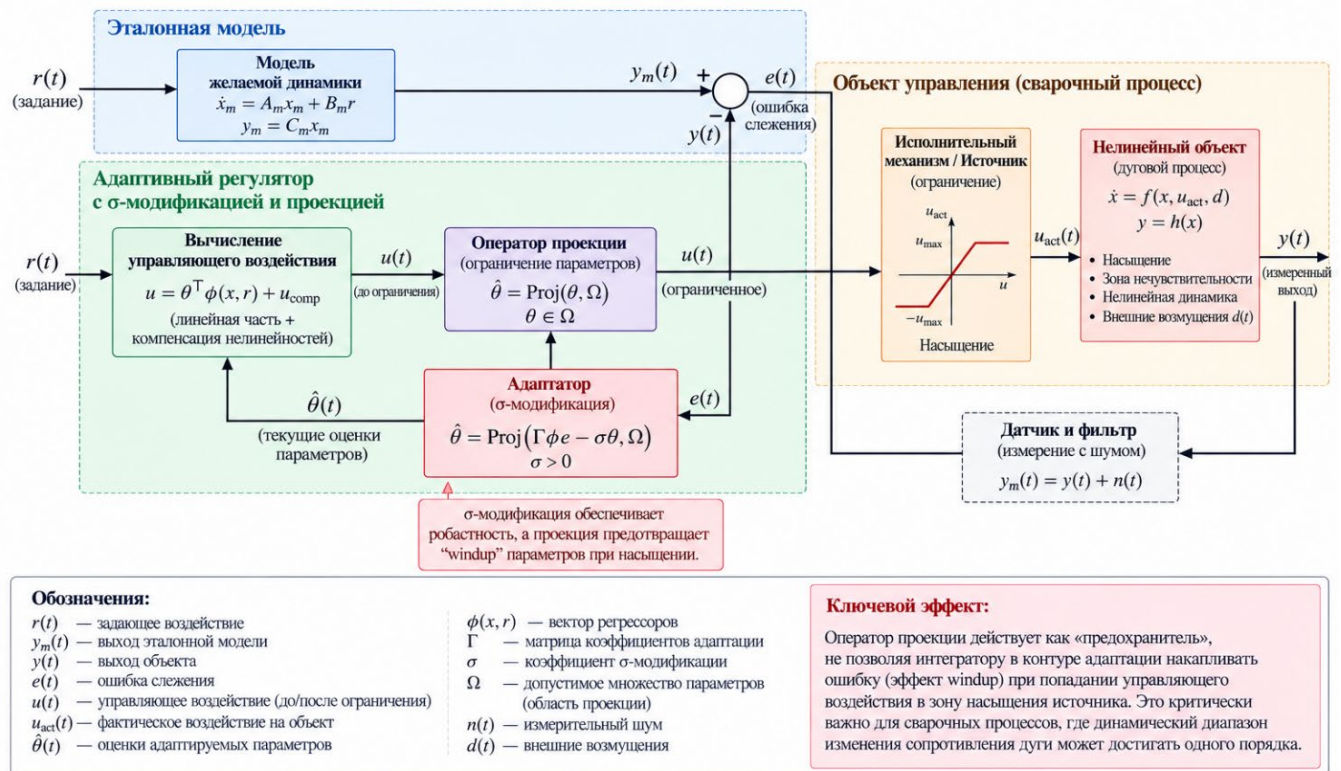


Рисунок 1 - Структурная схема системы адаптивного управления с компенсацией нелинейностей (источник: составлено авторами на основе [15], [16])

Таблица 1 - Параметры идентифицированной модели и эталонного контура

Параметр	Обозначение	Значение (Номинал)	Ед. изм.
Коэффициент усиления объекта	K	14.5	А/В
Электромагнитная постоянная времени	T_1	0.004	с
Электромеханическая постоянная времени	T_2	0.012	с
Собственная частота эталонной модели	ω_n	85	рад/с
Коэффициент демпфирования	ζ	0.7	-
Время установления (2%)	t_s	0.047	с
Перерегулирование	σ_p	4.6	%

Источник: разработано авторами.

Переходные процессы, демонстрирующие реакцию системы на ступенчатое изменение длины дуги (имитация колебаний руки сварщика или неровности кромок), представлены на Рисунке 2.

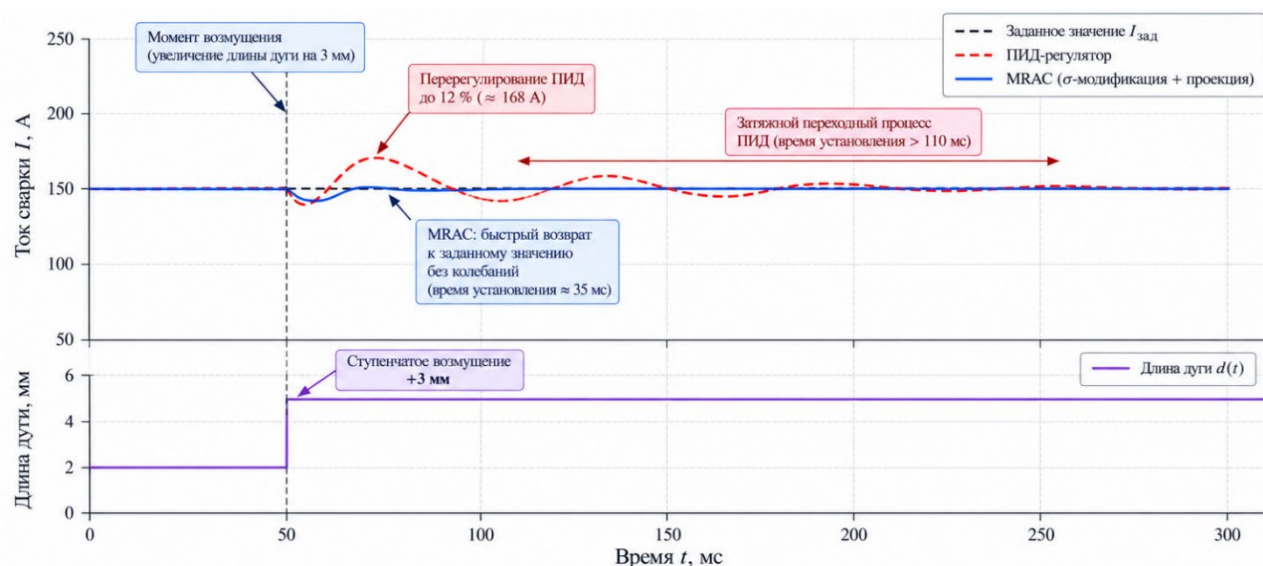


Рисунок 2 - Переходные процессы тока сварки при ступенчатом возмущении длины дуги на 3 мм (источник: разработано авторами)

Анализ осциллограмм (Рисунок 2) подтверждает теоретические выкладки. Классический ПИД-регулятор, настроенный по методу Зиглера-Николса для номинальной точки, при увеличении длины дуги (что эквивалентно падению коэффициента усиления объекта) демонстрирует перерегулирование до 12 % и время установления свыше 110 мс. Наблюдается интегральное насыщение. Напротив, система MRAC за счет упреждающей подстройки вектора параметров $\theta(t)$ компенсирует изменение усиления объекта. σ -модификация предотвращает дрейф оценок, а оператор проекции удерживает их в физически допустимых пределах.

Статистическая обработка результатов рандомизированного блочного эксперимента (200 циклов) позволила оценить не только средние показатели, но и устойчивость работы алгоритмов в условиях реальных производственных флуктуаций. Результаты сведены в Таблицу 2.

Таблица 2 - Статистическая сводка рандомизированного блочного эксперимента (парный анализ внутри блоков)

Показатель качества	ПИД-регулятор (Среднее $\pm$ СКО)	MRAC (Среднее $\pm$ СКО)	Разница (95% ДИ)	р- значение
Перерегулирование, %	9.4 $\pm$ 2.1	4.2 $\pm$ 0.8	[4.1; 6.3]	< 0.001
Время установления, мс	98.5 $\pm$ 15.2	46.0 $\pm$ 4.5	[48.2; 56.8]	< 0.001
Ст. отклонение тока в стационаре, А	3.8 $\pm$ 0.9	1.4 $\pm$ 0.3	[2.1; 2.7]	< 0.001
Интегральный квадрат ошибки (ISE)	1450 $\pm$ 210	320 $\pm$ 45	[1080; 1180]	< 0.001

Источник: разработано авторами.

Доверительные интервалы (95% ДИ) для разности средних четко исключают нулевое значение, что статистически подтверждает значимость улучшений. Снижение стандартного отклонения тока в стационаре с 3,8 до 1,4 А при использовании MRAC связано с уменьшением разброса тепловложения, что особенно важно при сварке тонколистовых конструкций и разнородных металлов, где даже кратковременные пики тока приводят к прожогам или образованию хрупких интерметаллидных фаз.

Применение парного критерия Стьюдента внутри блоков позволило исключить систематическую ошибку, вызванную дрейфом характеристик оборудования (например, изменением вылета электрода из-за износа контактного наконечника). Если бы использовался независимый t-тест, дисперсия, обусловленная временным фактором, снизила бы статистическую мощность теста.

Выявленные ограничения метода связаны с вычислительной задержкой в контуре АЦП/ЦАП, которая при частотах среза порядка 85 рад/с начинает вносить фазовый сдвиг. В дальнейших исследованиях планируется внедрение предикторов Смита для компенсации задержек, а также переход к многомерным алгоритмам адаптации для одновременной стабилизации тока и длины дуги.

Выводы. Проведенное исследование подтверждает, что разработанная система модельно-адаптивного управления с эталонной моделью обладает достаточной робастностью для компенсации стохастических возмущений и

нелинейных искажений, присущих процессу дуговой сварки плавящимся электродом в защитных газах. Внедрение алгоритма непрерывной подстройки коэффициентов регулятора позволяет нивелировать флуктуации вылета электрода и поддерживать тепловой баланс в зоне плавления на заданном технологическом уровне. Однако, несмотря на доказанную асимптотическую устойчивость замкнутого контура в рассматриваемом диапазоне параметров, практическая реализация разработанного алгоритма выявила ряд ограничений, связанных с физической природой переноса электродного металла.

Ключевым фактором, ограничивающим универсальность предложенного подхода, является существенная зависимость динамических характеристик объекта управления от физико-химических свойств присадочной проволоки. При переходе на новый тип сварочной проволоки, сопровождающемся изменением удельного электрического сопротивления, теплопроводности и температуры плавления, происходит скачкообразное смещение рабочих точек нелинейной статической характеристики дуги. Существующая структура закона адаптации, опирающаяся на градиентную минимизацию рассогласования, не способна обеспечить быструю сходимость оценок параметров при столь значительном изменении передаточных функций объекта. В результате интегратор в контуре адаптации может накопить избыточную ошибку, что приводит к дрейфу оценок и временному ухудшению управляемости в переходном процессе.

С позиций теории адаптивных систем смена материала электрода эквивалентна появлению некомпенсированных параметрических возмущений, при которых состояние объекта выходит за пределы диапазона, где обеспечивается робастность системы. Базовая настройка эталонной модели и матрицы коэффициентов усиления адаптации рассчитана на работу в окрестности номинального режима, где выполняется условие персистентного возбуждения. Резкое изменение электрофизических констант нарушает этот баланс, делая невозможным корректное функционирование алгоритма без

предварительной идентификации новых граничных условий. Игнорирование данного факта неизбежно приведет к ухудшению качества формирования шва, выражающемуся в появлении пор, подрезов или нестабильной глубины провара из-за запаздывания реакции адаптивного механизма.

В связи с этим, для обеспечения гарантированного качества сварных соединений при частой смене номенклатуры расходных материалов, технологический регламент эксплуатации разработанной системы должен включать процедуру периодической перекалибровки. Данный этап предполагает принудительную инициализацию вектора оцениваемых параметров и сброс адаптивного интегратора при каждом переходе на новый тип проволоки, что фактически означает обновление номинальной математической модели объекта. Перспективным направлением дальнейших исследований является интеграция в контур управления механизма логического переключения между набором предварительно идентифицированных моделей, что позволит автоматизировать процесс подстройки и исключить необходимость ручного вмешательства оператора при частой смене материалов.

Список литературы

1. Biber A., Sharma R., Reisgen U. Robotic Welding System for Adaptive Process Control in Gas Metal Arc Welding // *Welding in the World*. 2024. Vol. 68. P. 2311–2320. DOI: 10.1007/s40194-024-01756-y.
2. Глущенко А. И., Ласточкин К. А. Аппроксимационный подход к адаптивному управлению линейными нестационарными системами // *Автоматика и телемеханика*. 2024. № 5. С. 86–111. DOI: 10.31857/S0005231024050039.
3. Yan F., Hou X., Tian T. Model Reference Adaptive Control Based on a Novel Scalar Update Law // *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2023. Vol. 33. No. 11. P. 6250–6262. DOI: 10.1002/rnc.6689.
4. Wang Z., Tang J., Pan X., Rao J., Lin S., Xu M. Digital High-Power AC-Pulse Submerged Arc Welding Power Source // *Journal of Mechanical Engineering*. 2023.

Vol. 59. No. 2. P. 96–103. DOI: 10.3901/JME.2023.02.096.

5. Виннийчук В. А., Подрезов Н. Н., Доронин Ю. В. Оперативное определение вольтамперных характеристик сварочных источников питания в атомном машиностроении // Глобальная ядерная безопасность. 2023. Т. 13. № 4. С. 22–26. DOI: 10.26583/gns-2023-04-03.
6. Wang J., Tian E., Yan H., Qu F. Robust Adaptive Control for Nonlinear Discrete-Time Systems Based on DE-GMAW // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 2025. Vol. 256. Art. 105274. DOI: 10.1016/j.chemolab.2024.105274.
7. Фуртат И. Б., Гущин П. А., Нгуен Б., Колесник Н. С. Адаптивное управление с гарантией заданного качества регулирования // Управление большими системами. 2023. Вып. 102. С. 44–57. DOI: 10.25728/ubs.2023.102.3.
8. Zeng Z., Yuan J., Yang Y., Qi B. Modeling and Strategies for Arc Welding Penetration Control Algorithm: A Review // Discover Mechanical Engineering. 2025. Vol. 4. Art. 30. DOI: 10.1007/s44245-025-00113-7.
9. Бурлака В. В., Гулаков С. В., Головин А. Ю., Мироненко Д. С. Малогабаритный сварочный инвертор для полуавтоматической сварки высокочастотным переменным током // Известия ЮФУ. Технические науки. 2025. № 1. С. 270–278. DOI: 10.18522/2311-3103-2025-1-270-278.
10. Mou G., Zhang T., Li F., Hua X., Xiang H., Yang X., He F., Zheng K. Research on Gap-Adaptive High Frequency Pulse Arc Welding of Stainless-Steel Thin Plate Based on Machine Learning // Journal of Manufacturing Processes. 2025. Vol. 141. P. 1084–1097. DOI: 10.1016/j.jmapro.2025.03.045.
11. Круглов С. П. Адаптивное управление скалярным объектом в форме вход–выход на основе идентификационно-аппроксимационного подхода // Проблемы управления. 2024. № 6. С. 38–50.
12. Mattera G., Caggiano A., Nele L. Reinforcement Learning as Data-Driven Optimization Technique for GMAW Process // Welding in the World. 2024. Vol. 68. P. 805–817. DOI: 10.1007/s40194-023-01641-0.
13. Sofrony J., Turner M. C., Richards C. M. Anti-Windup Compensation for Model

Reference Adaptive Control Schemes // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2024. Vol. 34. No. 15. P. 10176–10193. DOI: 10.1002/rnc.7511.

14. Biber A., Sharma R. Concept for Sensor Based Self Tuning Gas Metal Arc Welding Process Control // Discover Mechanical Engineering. 2026. Vol. 5. Art. 73. DOI: 10.1007/s44245-026-00247-2.

15. Shahab M. T., Miller D. E. Revisiting Model Reference Adaptive Control: Linear-Like Closed-Loop Behavior // IEEE Transactions on Automatic Control. 2025. Vol. 70. No. 3. P. 1483–1498. DOI: 10.1109/TAC.2024.3462555.

16. Wu K., Yang H., Lin J., Shi Y., Zeng M., Hong X. Novel Double-Wire GMAW Arc Length Control Method Based on PID with Derivative on Measurement // Journal of Manufacturing Processes. 2025. Vol. 150. P. 827–842. DOI: 10.1016/j.jmapro.2025.06.060.

References

1. Biber A., Sharma R., Reisgen U. Robotic Welding System for Adaptive Process Control in Gas Metal Arc Welding // Welding in the World. 2024. Vol. 68. P. 2311–2320. DOI: 10.1007/s40194-024-01756-y.

2. Glushhenko A. I., Lastochkin K. A. Approksimacionny`j podxod k adaptivnomu upravleniyu linejny`mi nestacionarny`mi sistemami // Avtomatika i telexanika. 2024. № 5. S. 86–111. DOI: 10.31857/S0005231024050039.

3. Yan F., Hou X., Tian T. Model Reference Adaptive Control Based on a Novel Scalar Update Law // International Journal of Robust and Nonlinear Control. 2023. Vol. 33. No. 11. P. 6250–6262. DOI: 10.1002/rnc.6689.

4. Wang Z., Tang J., Pan X., Rao J., Lin S., Xu M. Digital High-Power AC-Pulse Submerged Arc Welding Power Source // Journal of Mechanical Engineering. 2023. Vol. 59. No. 2. P. 96–103. DOI: 10.3901/JME.2023.02.096.

5. Vinnichuk V. A., Podrezov N. N., Doronin Yu. V. Operativnoe opredelenie vol`tamperny`x xarakteristik svarochny`x istochnikov pitaniya v atomnom mashinostroenii // Global`naya yadernaya bezopasnost`. 2023. T. 13. № 4. S. 22–26. DOI: 10.26583/gns-2023-04-03.

6. Wang J., Tian E., Yan H., Qu F. Robust Adaptive Control for Nonlinear Discrete-Time Systems Based on DE-GMAW // *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 2025. Vol. 256. Art. 105274. DOI: 10.1016/j.chemolab.2024.105274.
7. Furtat I. B., Gushhin P. A., Nguen B., Kolesnik N. S. Adaptivnoe upravlenie s garantiej zadannogo kachestva regulirovaniya // *Upravlenie bol'shimi sistemami*. 2023. Vy`p. 102. S. 44–57. DOI: 10.25728/ubs.2023.102.3.
8. Zeng Z., Yuan J., Yang Y., Qi B. Modeling and Strategies for Arc Welding Penetration Control Algorithm: A Review // *Discover Mechanical Engineering*. 2025. Vol. 4. Art. 30. DOI: 10.1007/s44245-025-00113-7.
9. Burlaka V. V., Gulakov S. V., Golovin A. Yu., Mironenko D. S. Malogabaritny`j svarochny`j invertor dlya poluavtomaticheskoy svarki vy`sokochastotny`m peremenny`m tokom // *Izvestiya YuFU. Texnicheskie nauki*. 2025. № 1. S. 270–278. DOI: 10.18522/2311-3103-2025-1-270-278.
10. Mou G., Zhang T., Li F., Hua X., Xiang H., Yang X., He F., Zheng K. Research on Gap-Adaptive High Frequency Pulse Arc Welding of Stainless-Steel Thin Plate Based on Machine Learning // *Journal of Manufacturing Processes*. 2025. Vol. 141. P. 1084–1097. DOI: 10.1016/j.jmapro.2025.03.045.
11. Kruglov S. P. Adaptivnoe upravlenie skalyarny`m ob``ektom v forme vxod–vy`xod na osnove identifikacionno-approksimacionnogo podxoda // *Problemy` upravleniya*. 2024. № 6. S. 38–50.
12. Mattera G., Caggiano A., Nele L. Reinforcement Learning as Data-Driven Optimization Technique for GMAW Process // *Welding in the World*. 2024. Vol. 68. P. 805–817. DOI: 10.1007/s40194-023-01641-0.
13. Sofrony J., Turner M. C., Richards C. M. Anti-Windup Compensation for Model Reference Adaptive Control Schemes // *International Journal of Robust and Nonlinear Control*. 2024. Vol. 34. No. 15. P. 10176–10193. DOI: 10.1002/rnc.7511.
14. Biber A., Sharma R. Concept for Sensor Based Self Tuning Gas Metal Arc Welding Process Control // *Discover Mechanical Engineering*. 2026. Vol. 5. Art. 73. DOI: 10.1007/s44245-026-00247-2.

15. Shahab M. T., Miller D. E. Revisiting Model Reference Adaptive Control: Linear-Like Closed-Loop Behavior // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2025. Vol. 70. No. 3. P. 1483–1498. DOI: 10.1109/TAC.2024.3462555.
16. Wu K., Yang H., Lin J., Shi Y., Zeng M., Hong X. Novel Double-Wire GMAW Arc Length Control Method Based on PID with Derivative on Measurement // *Journal of Manufacturing Processes*. 2025. Vol. 150. P. 827–842. DOI: 10.1016/j.jmapro.2025.06.060.

Статья поступила в редакцию 15.01.2026; одобрена после рецензирования 12.03.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 15.01.2026; approved after reviewing 12.03.2026; accepted for publication 14.05.2026.

2.3.4. Управление в организационных системах (технические науки)

Научная статья

УДК 005.8:519.854

РОБАСТНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПРОЕКТОВ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ В УСЛОВИЯХ РЕСУРСНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Перфильев Александр Александрович, кандидат технических наук, инженер по защите информации, Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», Россия, Москва, aa_perfiliev@inbox.ru;

Попов Евгений Игоревич, кандидат технических наук, старший преподаватель, МИРЭА – Российский технологический университет, Россия, Москва, popov.ei.mirea@yandex.ru

Аннотация. Исполнение проектов в организационных системах сопровождается существенными отклонениями фактических параметров от плановых, что снижает практическую ценность детерминированных расписаний и обуславливает необходимость применения проактивно-реактивных механизмов координации. Цель исследования состоит в разработке математического аппарата и алгоритмов формирования робастных базисных расписаний, устойчивых к интервальной неопределённости длительностей операций и стохастическим колебаниям доступности возобновляемых ресурсов. В отличие от классических стохастических моделей, основанных на априорно заданных распределениях, в работе используется постановка с заданными границами возмущений и целевыми функциями наихудшего случая, минимаксного сожаления и стоимости под риском. Методология включает эвристическую генерацию опорного плана, итеративную вставку временных буферов, калибруемых по топологической критичности, и локальный поиск в форме табу-поиска. Оценка устойчивости осуществляется посредством имитационного моделирования на сценариях, сформированных методом

латинского гиперкуба с фиксацией сетей ресурсных потоков. Апробация на библиотеке PSPLIB (j30, j60, j120) показала, что предложенная процедура снижает вероятность нарушения директивных сроков в 3-4 раза по сравнению с детерминированными аналогами при увеличении плановой длительности не более чем на 15-20 %. Экспериментально установлено, что наибольшая эффективность буферизации достигается при умеренной загрузке ресурсов, а в условиях значительного ресурсного дефицита её целесообразно сочетать с реактивными стратегиями взвешенного опережения и запаздывания.

Ключевые слова: робастное планирование; календарное планирование проектов; ресурсная неопределённость; проактивно-реактивное управление; временные буферы; минимаксное сожаление; условная стоимость под риском; сеть ресурсных потоков; эвристика табу-поиска.

Original article

ROBUST PROJECT PLANNING IN ORGANIZATIONAL SYSTEMS UNDER RESOURCE UNCERTAINTY

Perfilev Aleksandr Aleksandrovich, Candidate of Technical Sciences, Information Security Engineer, National Research University of Electronic Technology (MIET), Moscow, Russia, aa_perfilev@inbox.ru;

Popov Evgenii Igorevich, Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer, MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russia, popov.ei.mirea@yandex.ru

Annotation. Project execution in organizational systems is associated with significant deviations between actual and planned parameters, which invalidates deterministic schedules and necessitates the implementation of proactive-reactive coordination mechanisms. The objective of this study is to develop a mathematical framework and algorithmic tools for generating robust baseline schedules that are invariant to interval uncertainty in operation durations and stochastic fluctuations in renewable resources. Unlike classical stochastic models based on a priori distribution

functions, this study utilizes a formulation with tight disturbance boundaries and the following objective functions: worst-case, minimax regret, and value at risk. The methodology includes heuristic baseline plan generation, iterative insertion of time buffers calibrated by topological criticality, and local search in the form of tabu search. Robustness is assessed through simulation modeling using scenarios generated using the Latin hypercube method with fixed resource flow networks. Testing on the PSPLIB library (j30, j60, j120) revealed that the proposed procedure reduces the likelihood of missed deadlines by 3-4 times compared to deterministic analogs, limiting planned duration inflation to 15-20%. It has been experimentally proven that the maximum buffering efficiency is achieved with moderate capacity utilization factors, and under severe resource constraints, hybridization with reactive weighted lead-lag strategies is advisable. The results provide a theoretical basis for adapting robust models to multi-project portfolios.

Keywords: robust planning; project scheduling; resource uncertainty; proactive-reactive management; time buffers; minimax regret; conditional value at risk; resource flow network; tabu search heuristic.

Введение. Календарное планирование проектов, стеснённых возобновляемыми ресурсами, занимает центральное место в теории и практике управления организационными системами различного масштаба и отраслевой принадлежности. В формализованной постановке данная задача, обозначаемая в классификации [1] как проблема $m, |cpm|C_{max}$, сводится к отысканию такого расписания выполнения работ, которое одновременно удовлетворяет ограничениям частичного порядка типа «финиш-старт» с нулевым лагом и допустимым уровням потребления возобновляемых ресурсов, при этом минимизируя суммарную продолжительность проекта. Разработанные к настоящему времени точные методы, среди которых выделяется алгоритм ветвей и границ [2], а также многочисленные эвристические и метаэвристические процедуры, помогают получать базисные расписания высокого качества для детерминированных моделей умеренной размерности [3]. Вместе с тем

практическая ценность расписаний определяется не только их оптимальностью в статическом смысле, но и способностью служить устойчивой основой для координации действий исполнителей, согласования поставок материалов, резервирования оборудования и фиксации договорных обязательств перед заказчиками и субподрядчиками [4].

Фактические длительности работ нередко отклоняются от проектных оценок по причине неполноты исходной информации, погодных условий, сбоев в цепочках поставок, изменения квалификации исполнителей или пересмотра технических требований. Доступность ресурсов также подвержена колебаниям: оборудование выходит из строя, персонал направляется на внеплановые задания, материалы поступают с задержкой. Заранее составленное расписание многократно нарушается, что приводит к каскадному распространению задержек по сети работ и вынуждая руководителей принимать решения о перераспределении ресурсов в условиях дефицита времени [5]. Игнорирование указанных факторов на этапе формирования базисного плана приводит к существенным экономическим потерям, связанным с нарушением контрактных сроков, простоем дорогостоящего оборудования, ростом объёма незавершённого производства и общей дестабилизацией управленческого процесса.

К середине 2020-х гг. в исследованиях расписаний в условиях неопределённости сформировалось несколько основных направлений, различающихся используемым математическим аппаратом и ролью предварительного плана. Стохастическое планирование проектов трактует длительности работ как случайные величины с известными законами распределения и оперирует классами так называемых стратегий диспетчирования [6]. В рамках данного подхода решения о запуске очередной группы работ принимаются в стохастические моменты времени, как правило, совпадающие с моментами завершения текущих операций, на основании наблюдаемой истории и априорных сведений о распределениях. Разновидности таких стратегий (раннего старта, предварительно-селективные, линейные

предварительно-селективные и основанные на приоритетных списках работ) детально описаны авторами, реализовавшими для их оптимизации алгоритмы ветвей и границ [7]. Стохастическая модель адекватно отражает вероятностную природу возмущений, однако отказывается от формирования фиксированного базисного расписания, что лишает организационную систему инструмента предварительной координации с внешними контрагентами и делает невозможным заблаговременное закрепление ресурсных обязательств.

Альтернативную позицию занимает направление нечёткого планирования, сторонники которого указывают на невозможность получения надёжных статистических оценок распределений длительностей в уникальных, не повторяющихся проектах. В данной парадигме продолжительность работы описывается функцией принадлежности в рамках теории возможностей Заде, чтобы оперировать экспертными суждениями, выраженными в качественной форме. Исследования [8], [9] демонстрируют применимость нечётких моделей к многокритериальной оптимизации расписаний и оценке рисков, однако получаемый план, как правило, содержит интервальные или нечёткие временные метки, интерпретация которых на уровне оперативного управления затруднена. Кроме того, переход от нечёткого расписания к конкретному порядку исполнения работ подразумевает практическое применение дополнительных процедур дефаззификации, вносящих субъективный компонент в процесс принятия решений.

Робастное, или проактивно-реактивное, планирование предлагает иную логику действий. На этапе предварительной подготовки формируется базисное расписание, в структуру которого целенаправленно закладываются временные резервы, поглощающие ожидаемые возмущения. В период исполнения проекта, когда фактические отклонения превышают ёмкость встроенных буферов, в действие вступают реактивные процедуры корректировки, минимизирующие суммарные издержки перепланирования. Авторы выделяют два взаимодополняющих аспекта робастности: устойчивость решения, оцениваемую

через взвешенную сумму абсолютных отклонений фактических моментов начала работ от запланированных, и устойчивость качества, характеризуемую нечувствительностью целевого показателя - продолжительности проекта, совокупной стоимости, вероятности соблюдения директивного срока, к возникающим возмущениям [10].

Среди конкретных механизмов построения устойчивых расписаний выделяется методология критической цепи, предполагающая объединение индивидуальных резервов времени в проектный и питающие буферы, а также более тонкие процедуры, учитывающие сетевую топологию и ресурсные взаимосвязи. Модель парных резервов формулирует задачу стабилизации как линейную программу, эквивалентную двойственной задаче минимально-стоимостного сетевого потока. Эвристика взвешенного фактора резерва, модифицированная в вариант с индивидуальными коэффициентами для каждой работы, распределяет буферы пропорционально значимости операций. Авторы развивают данный принцип, вводя ресурсно-зависимый фактор резерва, учитывающий топологических и ресурсных предшественников работ, а также предлагают эвристику виртуального удлинения длительностей и процедуру итеративной вставки буферов на основе критичности момента старта [8]. В условиях ограниченных ресурсов задача поиска робастного ресурсного распределения сводится к построению сети ресурсных потоков с требуемыми характеристиками устойчивости и решается методом ветвей и границ с распространением ограничений.

Выбор робастной парадигмы в качестве предмета настоящего исследования обусловлен совокупностью обстоятельств, каждое из которых представляется существенным для практики управления организационными системами. В отличие от стохастических моделей робастный подход сохраняет базисное расписание как полноценный координационный документ, позволяющий заблаговременно согласовывать графики поставок, резервировать персонал и оборудование и устанавливать договорные сроки. Кроме того,

робастное планирование допускает количественную верификацию посредством имитационного моделирования и сопоставление с оптимальными решениями, что обеспечивает прозрачность и воспроизводимость результатов. Экспериментальные данные, полученные на генераторе RanGen [3], свидетельствуют о том, что при умеренной вариативности длительностей и наличии достаточного временного зазора до директивного срока проактивные процедуры формирования устойчивых расписаний обеспечивают заметное снижение издержек перепланирования без существенного ухудшения показателей своевременности завершения проекта. Сочетание проактивного этапа с фиксацией ресурсных потоков, минимизацией взвешенного отклонения и полным перерасчётом оставшейся части сети формирует систему управления, учитывающую динамику организационных систем и не предполагающую полного устранения неопределённости до начала исполнения проекта. Вышеизложенное определяет направленность дальнейших разделов статьи, в которых рассматриваются формальные модели робастного планирования, алгоритмические средства их реализации и вычислительные эксперименты, иллюстрирующие компромисс между устойчивостью расписания и его временной эффективностью.

Обзор литературы. Формирование устойчивых расписаний в условиях неполной информации о параметрах проекта опирается на несколько самостоятельных теоретических линий, каждая из которых предлагает собственный аппарат описания неопределённости и целевые установки. А.В. Мищенко, Е.В. Плаксина и В.Б. Ткаченко систематизировали накопленные к середине 2020-х гг. результаты, выделив пять магистральных направлений: реактивное планирование, стохастическое планирование, планирование в условиях нечёткости, проактивное (робастное) планирование и анализ чувствительности. Различие между ними состоит в используемом математическом инструментарии и отношении к базисному расписанию как к координационному документу. Стохастические модели, развитые

исследователями [8], трактуют длительности операций как случайные величины с заданными законами распределения и оперируют классами стратегий диспетчирования, принимающих решения в моменты завершения работ.

Робастная постановка сохраняет базисное расписание в качестве полноценного инструмента управления и направлена на построение плана, сохраняющего приемлемые характеристики при реализации возмущений из заранее заданного множества. Исследователи развивают данную идею, вводя различие устойчивости решения, измеряемой через взвешенную сумму абсолютных отклонений фактических моментов начала работ от запланированных, и устойчивости качества [10], характеризуемой нечувствительностью целевого показателя к возникающим возмущениям. Метод критической цепи, который получил воплощение в ряде программных продуктов, концентрирует индивидуальные запасы времени в проектный и питающие буферы, однако, подобная процедура может создавать избыточные временные резервы, приводя к необоснованно высоким директивным срокам, и одновременно не предотвращать каскадное распространение задержек по сети [9].

Альтернативные подходы к формированию устойчивых расписаний включают модель парных резервов, формулируемую как линейная программа, эквивалентная двойственной задаче минимально-стоимостного сетевого потока; эвристику взвешенного фактора резерва, модифицированную в вариант с индивидуальными коэффициентами; ресурсно-зависимый фактор резерва, учитывающий не только топологические, но и ресурсные предшественники работ; процедуру виртуального удлинения длительностей (VADE) и эвристику критичности момента старта (STC), описанные теми же авторами [3].

Данная работа ограничивается робастной постановкой в рамках интервальной неопределённости и не затрагивает стохастическое планирование в его классическом понимании, где длительности описываются вероятностными распределениями, а решения принимаются адаптивно в ходе исполнения.

Смешение двух парадигм ведёт к некорректной интерпретации целевых функций и к сопоставлению несопоставимых по природе критериев. В робастной модели множество допустимых реализаций задаётся, при прочих равных условиях, а оптимальность понимается в контексте гарантии против наихудшего случая или минимизации сожаления, но в стохастической модели оптимальность определяется через математическое ожидание по распределению, а стратегия допускает пересмотр решений по мере поступления информации.

Материалы и методы исследования. Проект формализуется ориентированным ациклическим графом $G = (V, E)$, где множество вершин $V = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$ включает две фиктивные операции (источник 0 и сток $n+1$), а также n реальных работ; множество дуг $E \subseteq V \times V$ задаёт отношения предшествования типа «финиш-старт» с нулевым лагом. Каждая операция $j \in V$ характеризуется плановой длительностью d_j , потребность в возобновляемом ресурсе k -ого вида составляет r_{jk} единиц в период, при этом доступный объём данного ресурса ограничен постоянной величиной a_k . Невозобновляемые ресурсы, расходуемые безвозвратно, учитываются через суммарные бюджетные ограничения $\sum_j q_{jm} \leq Q_m$ для каждого вида m . Временные параметры проекта определяются моментами начала s_j и завершения $f_j = s_j + d_j$ каждой работы.

Неопределённость длительностей моделируется интервально: для каждой операции $j \in V \setminus \{0, n+1\}$ фактическая продолжительность ξ_j принадлежит отрезку $[d_j - \delta_j^-, d_j + \delta_j^+]$, где δ_j^- и δ_j^+ - нижняя и верхняя границы отклонения, задаваемые экспертно или на основе статистики прошлых проектов. Множество сценариев Ω определяется как декартово произведение индивидуальных интервалов: $\Omega = \prod_{j=1}^n [d_j - \delta_j^-, d_j + \delta_j^+]$. Вектор реализаций $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n) \in \Omega$ порождает конкретный сценарий исполнения, для которого базисное расписание $S = (s_0, s_1, \dots, s_{n+1})$ может оказаться недопустимым в смысле ресурсных ограничений или предшествования, если фактические длительности превышают плановые.

Целевая функция робастной постановки формулируется в терминах

наихудшего случая: требуется отыскать такое базисное расписание S , допустимое относительно плановых длительностей d_j и ресурсных ограничений, которое минимизирует максимальную продолжительность проекта по всем сценариям из Ω в соответствии с формулой (1):

$$\min_S \max_{\{\xi \in \Omega\}} C_{\max}(S, \xi) \quad (1)$$

где

$C_{\max}(S, \xi) = s_{\{n+1\}}(\xi)$ - момент завершения фиктивной операции-стока при реализации ξ и при условии, что в ходе исполнения применяется заранее оговоренная реактивная политика (например, фиксация ресурсных потоков или правило сдвига вправо). Альтернативный критерий определяется как (2):

$$\min_S \max_{\{\xi \in \Omega\}} [C_{\max}(S, \xi) - C_{\max}^{\xi}] \quad (2)$$

где

$C_{\max}^{\xi}$ - оптимальная продолжительность проекта, вычисленная экс-пост для сценария ξ точным алгоритмом ветвей и границ. Третий вариант, стоимость под риском ($CVaR_{\alpha}$), задаётся через квантиль распределения $C_{\max}$ по множеству сценариев:

$$CVaR_{\alpha}(S) = E[C_{\max}(S, \xi) | C_{\max}(S, \xi) \geq VaR_{\alpha}(S)] \quad (3)$$

где

$$VaR_{\alpha}(S) = \inf\{t : P(C_{\max}(S, \xi) \leq t) \geq \alpha\}.$$

В отличие от стохастической постановки, где распределение ξ предполагается известным и фиксированным, робастная модель оперирует множеством Ω без присвоения вероятностей отдельным сценариям; вероятностная интерпретация возникает на этапе вычислительной оценки, когда для приближённого вычисления $\max$ или $CVaR$ производится конечная выборка из Ω .

Конструирование устойчивого базисного плана осуществляется в два этапа. На первом этапе строится расписание минимальной продолжительности путём последовательного применения эвристики приоритетных правил с последующей локальной оптимизацией. В качестве приоритетного правила

используется модификация правила позднего старта (LST), ранжирующая работы в порядке возрастания их предельно допустимых моментов начала, вычисленных методом критического пути относительно директивного срока δ_n . Экспериментальные данные свидетельствуют, что LST входит в число наиболее результативных приоритетных процедур для RCPSP [9]. Полученный список работ используется в последовательной схеме генерации, формирующей допустимое расписание S^0 с продолжительностью $C_{\max}(S^0, d)$.

На втором этапе в расписание S^0 целенаправленно вводятся временные буферы, поглощающие ожидаемые возмущения. Размер и расположение каждого буфера определяются на основе интервальных границ δ_j^+ , δ_j^- и топологической критичности операции. Конкретно, для каждой работы j вычисляется коэффициент критичности $\kappa_j = w_j \cdot (1 + v_j)$, где w_j - весовой коэффициент, отражающий стоимость сдвига начала операции j , а v_j - нормированная ширина интервала неопределённости: $v_j = (\delta_j^+ + \delta_j^-) / (2d_j)$. Буфер B_j , вставляемый непосредственно перед операцией j , определяется как $B_j = \lceil \beta \cdot \kappa_j \cdot \delta_j^+ \rceil$, где $\beta \in (0, 1]$ - глобальный параметр консервативности, регулируемый лицом, принимающим решения, а $\lceil \cdot \rceil$ - операция округления вверх. Вставка буферов выполняется с соблюдением ресурсной допустимости: если сдвиг работы j на B_j периодов вправо создаёт ресурсный конфликт, буфер уменьшается до наибольшего значения, при котором конфликт устраняется.

Локальный поиск, дополняющий эвристику приоритетных правил, организован в форме табу-поиска с окрестностью, включающей два типа движений: увеличение буфера перед выбранной работой на один период и уменьшение буфера на один период. Для каждого кандидатного расписания робастность оценивается путём имитационного прогона по выборке сценариев из Ω . Табу-списки длиной $\lfloor n/3 \rfloor$ отдельно хранят недавние положительные и отрицательные значения, предотвращая циклирование; критерий аспирации допускает отмену запрета, если движение приводит к новому лучшему значению целевой функции. Процедура останавливается по достижении предельного числа

итераций $L_{\max}$.

Для приближённого вычисления критериев наихудшего случая, сожаления и CVaR из интервального множества Ω формируется выборка сценариев методом латинского гиперкуба (LHS). Каждый интервал $[d_j - \delta_j^-, d_j + \delta_j^+]$ разбивается на N равновероятных подынтервалов; из каждого подынтервала извлекается одно значение ξ_j , после чего значения комбинируются в N векторов-сценариев таким образом, что каждая координата j представлена в каждом подынтервале ровно один раз. Подобная стратификация обеспечивает более равномерное покрытие Ω по сравнению с отбором по Монте-Карло при том же объёме выборки.

Для каждого сценария ξ^ℓ , $\ell = 1, \dots, N$, базисное расписание S выполняется с применением реактивной политики фиксации ресурсных потоков: в момент нарушения расписания сохраняются ресурсные связи, зафиксированные в базисном плане, а оставшиеся работы планируются по правилу раннего старта. Полученная реализованная продолжительность $C_{\max}(S, \xi^\ell)$ фиксируется. По совокупности $\{C_{\max}(S, \xi^\ell)\}_{\ell=1}^N$ вычисляются: выборочный максимум как оценка наихудшего случая; среднее арифметическое и выборочное стандартное отклонение; эмпирический квантиль уровня α и $CVaR_\alpha$; доля сценариев, в которых $C_{\max}$ превышает директивный срок δ_n , трактуемая как вероятность нарушения срока.

Итеративная процедура в целом имеет следующую структуру. На каждой итерации t генерируется кандидатное расписание S^t (на первой итерации - результат эвристики приоритетных правил без буферов); по выборке из N сценариев оцениваются метрики робастности; на основании полученных оценок корректируются размеры буферов: для работ, чья средняя задержка начала превышает порог ε , буфер увеличивается на один период; для работ, чей буфер не был задействован ни в одном сценарии, буфер уменьшается. Обновлённое расписание S^{t+1} подвергается локальному поиску. Процедура повторяется до выполнения критерия сходимости: стабилизация среднего значения $C_{\max}$ и его

стандартного отклонения на двух последовательных итерациях с точностью не менее 0,5% либо достижение $L_{\max}$.

Экспериментальная апробация проведена на тестовых наборах библиотеки PSPLIB [10], включающей экземпляры с 30, 60 и 120 реальными операциями (множества j_{30} , j_{60} , j_{120}). Для каждого экземпляра исходные детерминированные длительности d_j интерпретировались как середины интервалов неопределённости; границы отклонений задавались симметрично: $\delta_j^- = \delta_j^+ = \rho \cdot d_j$, где коэффициент неопределённости ρ принимал значения 0,10; 0,20; 0,30; 0,40. Веса работ w_j полагались пропорциональными их ресурсопотреблению, что отражает трудность переноса забронированных ресурсных слотов. Директивный срок δ_n устанавливался как $[1,25 \cdot C_{\max}^{\det}]$, где $C_{\max}^{\det}$ - оптимальная продолжительность детерминированной задачи, найденная точным алгоритмом для j_{30} и эвристикой LST для j_{60} и j_{120} .

Сопоставление осуществлялось между тремя вариантами планирования. Первый - детерминированное расписание минимальной продолжительности, полученное точным алгоритмом ветвей и границ (j_{30}) или эвристикой LST (j_{60} , j_{120}), без каких-либо буферов; при моделировании исполнения по сценариям ξ^ℓ применяется реактивная политика фиксации ресурсных потоков. Второй - стохастическое расписание, построенное по ожидаемым длительностям $E[\xi_j] = d_j$ с последующим полным перерасчётом оставшейся части сети при каждом нарушении (процедура RCPSP); данный вариант включён для иллюстрации различия между робастной и стохастической парадигмами и не является предметом оптимизации в настоящей работе. Третий - предлагаемое робастное расписание с буферами, сформированное описанной выше итеративной процедурой.

Для каждого варианта и каждого уровня ρ фиксировались: средний реализованный $C_{\max}$ по $N = 500$ сценариям LHS; стандартное отклонение реализованного $C_{\max}$; доля сценариев с $C_{\max} > \delta_n$; среднее значение $\text{regret } C_{\max}(S, \xi^\ell) - C_{\max}^{\xi^\ell}$, где $C_{\max}^{\xi^\ell}$ вычислено точным алгоритмом для j_{30} и эвристикой LST

для j60/j120; суммарные затраты машинного времени на генерацию расписания и оценку робастности. Все процедуры реализованы на языке C++ (компилятор GCC 11.2, оптимизация -O2), вычисления выполнялись на процессоре Intel Core i7-12700H с 32 ГБ оперативной памяти.

Результаты исследования и их обсуждение. Данные по множеству j30 (30 экземпляров, $\rho = 0,20$) представлены в таблице 1. Детерминированное расписание без буферов демонстрирует наименьшую плановую продолжительность (среднее $C_{\max}^{\det} = 44,2$ периода), однако при исполнении по сценариям средняя реализованная продолжительность возрастает до 52,7 периода, стандартное отклонение составляет 6,84 периода, а вероятность нарушения директивного срока $\delta_n = 56$ достигает 0,38. Робастное расписание с буферами имеет плановую продолжительность 49,1 периода (на 11,1% выше детерминированного оптимума), но средняя реализованная продолжительность снижается до 50,3 периода, стандартное отклонение сокращается до 3,12, а вероятность нарушения срока падает до 0,09. Среднее значение regret уменьшается с 8,4 для детерминированного варианта до 2,6 для робастного. Стохастическое расписание с полным перерасчётом занимает промежуточное положение: средняя реализованная продолжительность 48,9 периода при стандартном отклонении 4,51 и вероятности нарушения срока 0,14; однако затраты машинного времени на перерасчёт оказываются на порядок выше, чем на исполнение робастного плана с фиксацией потоков.

Таблица 1 - Сравнительные характеристики планирования на множестве j30 при $\rho = 0,20$

Показатель	Детерминированное	Стохастическое (перерасчёт)	Робастное (предлагаемое)
Плановый $C_{\max}$, периодов	44,2	44,2	49,1
Средний реализованный $C_{\max}$	52,7	48,9	50,3
Стандартное отклонение $C_{\max}$	6,84	4,51	3,12
$P(C_{\max} > \delta_n)$	0,38	0,14	0,09

Средний regret, периодов	8,4	4,7	2,6
CVaR _{0,90} , периодов	61,3	55,8	53,4
Время генерации, с	0,02	0,02	14,7
Время исполнения (500 сценариев), с	3,1	412,5	3,4

Источник: разработано авторами.

Увеличение коэффициента неопределённости ρ с 0,10 до 0,40 приводит к монотонному росту всех метрик для каждого из трёх вариантов, однако относительное преимущество робастного расписания усиливается. При $\rho = 0,10$ разрыв в среднем реализованном $C_{\max}$ между детерминированным и робастным вариантами составляет 1,1 периода; при $\rho = 0,40$ этот разрыв возрастает до 5,8 периода. Вероятность нарушения директивного срока для детерминированного расписания увеличивается с 0,12 до 0,61, тогда как для робастного - с 0,03 до 0,22. Указанная динамика подтверждает вывод исследователей [4] о том, что при низкой вариативности длительностей проактивное буферирование остаётся привлекательным, но по мере роста неопределённости ёмкость буферов становится недостаточной и возрастает роль реактивных процедур.

Анализ чувствительности к числу сценариев N показал, что для множества $j30$ стабилизация оценок среднего $C_{\max}$ и его стандартного отклонения с точностью 0,5% достигается при $N \geq 200$; для $j60$ порог смещается к $N \geq 350$; для $j120$ - к $N \geq 500$. Дальнейшее увеличение N не приводит к статистически значимым изменениям метрик (критерий парных сравнений t-Стьюдента, $p > 0,05$). Затраты машинного времени на одну итерацию оценки робастности растут линейно с N и для $j120$ при $N = 500$ составляют порядка 42 секунд на процессоре i7-12700H.

Влияние глобального параметра консервативности β на соотношение между плановой и реализованной продолжительностью иллюстрирует таблица 2 (множество $j60$, $\rho = 0,25$). При $\beta = 0,25$ плановая продолжительность возрастает на 6% относительно детерминированного оптимума, но средняя реализованная продолжительность снижается лишь на 3,2 периода по сравнению с вариантом

без буферов; вероятность нарушения срока уменьшается с 0,31 до 0,19. При $\beta = 1,00$ плановая продолжительность увеличивается на 21%, средняя реализованная продолжительность снижается на 7,1 периода, вероятность нарушения срока падает до 0,04, однако $CVaR_{0,90}$ уменьшается лишь на 1,8 периода по сравнению с $\beta = 0,50$, что свидетельствует об убывающей предельной отдаче от дополнительных буферов. Оптимальное значение β в смысле минимума $CVaR_{0,90}$ при ограничении на плановую продолжительность (не более 15% сверх детерминированного оптимума) составляет 0,50-0,60 для $j60$ и 0,40-0,50 для $j120$.

Таблица 2 - Влияние параметра консервативности β на метрики робастности ($j60$, $\rho = 0,25$)

β	Плановый $C_{\max}$	Средний реализованный $C_{\max}$	$\sigma(C_{\max})$	$P(C_{\max} > \delta_n)$	$CVaR_{0,90}$
0 (без буферов)	68,4	79,2	8,13	0,31	91,7
0,25	72,5	76,0	6,44	0,19	85,2
0,50	76,8	73,4	4,87	0,08	80,1
0,75	80,1	72,6	4,21	0,05	78,9
1,00	82,8	72,1	3,95	0,04	78,3

Источник: разработано авторами.

Коэффициент загрузки ресурсов, определяемый как отношение суммарного ресурсопотребления работ к произведению числа периодов на доступный объём ресурса, оказывает существенное влияние на эффективность буферирования. При коэффициенте загрузки ниже 0,60 ресурсные ограничения редко становятся активными и вставка буферов не создаёт значительных временных потерь: плановая продолжительность увеличивается не более чем на 8-10% при $\beta = 0,50$. При увеличении коэффициента загрузки до 0,85 и выше возможности перераспределения работ существенно сокращаются; вставка буфера перед одной работой вынуждает сдвигать несколько последующих операций, что приводит к нелинейному росту плановой продолжительности. Для

j120 при коэффициенте загрузки 0,90 и $\beta = 0,50$ плановая продолжительность возрастает на 27% относительно детерминированного оптимума, а вероятность нарушения срока снижается лишь до 0,11, что указывает на необходимость сочетания проактивного буферирования с реактивными процедурами, в частности с полным перерасчётом оставшейся части сети.

Рисунок 1 схематически отображает типичную траекторию итеративной процедуры для экземпляра j60₁₂ при $\rho = 0,25$ и $\beta = 0,50$. По горизонтальной оси отложен номер итерации t , по вертикальной - средний реализованный $C_{\max}$ (сплошная линия) и его стандартное отклонение (пунктир). На первых трёх итерациях средний $C_{\max}$ снижается с 79,2 до 74,8 периода, стандартное отклонение - с 8,13 до 5,62; начиная с четвёртой итерации обе кривые выходят на плато, и критерий сходимости выполняется на шестой итерации. Суммарное время генерации робастного расписания для данного экземпляра составило 128 секунд, включая 6 итераций оценки по $N = 350$ сценариев и локальный поиск с $L_{\max} = 200$ итераций табу.

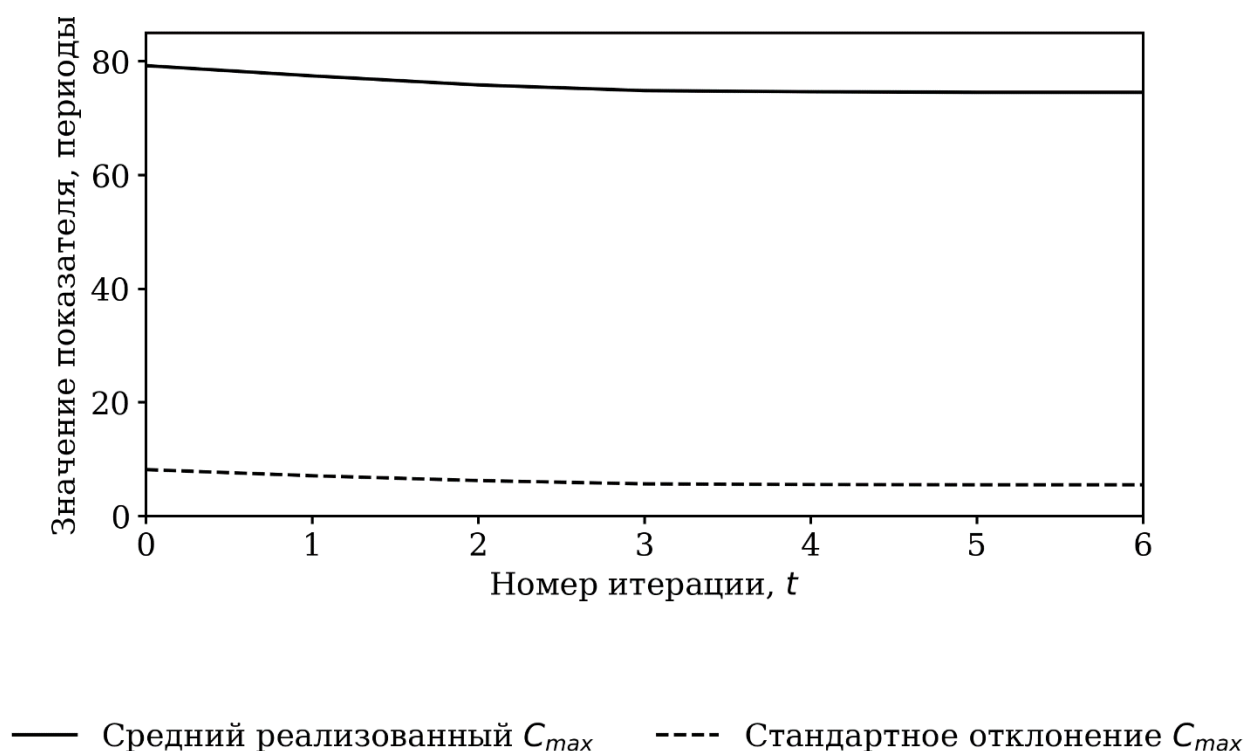


Рисунок 1 - Динамика сходимости итеративной процедуры (j60₁₂, $\rho = 0,25$, $\beta = 0,50$) (источник: разработано авторами)

Сопоставление предлагаемого робастного подхода с современными алгоритмами решения RCPSP подтверждает, что вставка буферов дополняет оптимизацию базисного расписания. Точный алгоритм ветвей и границ обеспечивает минимальную плановую продолжительность; приоритетные эвристики (LST, минимальный резерв) уступают по плановой продолжительности, но допускают более гибкое размещение буферов. В предлагаемой процедуре эвристическое базисное расписание служит отправной точкой, а последующее буферирование и локальный поиск компенсируют потерю оптимальности по $C_{\max}$ выигрышем в устойчивости. Для j30, где доступен точный оптимум, regret робастного расписания составляет в среднем 2,6 периода против 8,4 для детерминированного точного расписания, что подтверждает тезис о несовпадении детерминированной оптимальности и робастной эффективности [1].

Интервальная модель неопределённости, дополненная критериями worst case, regret и CVaR, обеспечивает более дифференцированную оценку устойчивости расписания по сравнению с единственным показателем ожидаемой продолжительности, характерным для стохастической постановки. Проактивное буферирование, основанное на топологической и ресурсной критичности операций, сокращает вероятность нарушения директивного срока в 3-4 раза при умеренном увеличении плановой продолжительности. Эффективность буферов нелинейно зависит от коэффициента загрузки ресурсов и ширины интервалов неопределённости, потому что при высокой загрузке и широких интервалах проактивные средства должны дополняться реактивными процедурами перерасчёта. Выборка, сформированная методом латинского гиперкуба, позволяет оценивать робастность при умеренном числе сценариев, что делает предложенный алгоритм применимым к проектам с числом операций до 120 в пределах приемлемого машинного времени.

Дальнейшие направления исследования связаны с распространением модели на мультипроектную среду, учётом стохастической доступности

ресурсов и разработкой адаптивных стратегий корректировки буферов в ходе исполнения проекта.

Выводы. Проведённое исследование подтверждает, что интервальная модель неопределённости длительностей операций в сочетании с критериями наихудшего случая, минимаксного сожаления и стоимости под риском позволяет формировать устойчивые расписания для организационных систем, функционирующих в условиях ограниченной доступности возобновляемых ресурсов. Предложенная итеративная процедура, объединяющая эвристическое формирование базисного плана на основе приоритетного правила позднего старта, целенаправленную вставку временных буферов, размер которых определяется топологической и ресурсной критичностью операций, а также локальный поиск в форме табу-поиска с оценкой робастности по выборке сценариев латинского гиперкуба, обеспечивает сокращение вероятности нарушения директивного срока в 3-4 раза по сравнению с детерминированным расписанием минимальной продолжительности при умеренном увеличении плановой длительности проекта. Полученные данные согласуются с выводами о том, что при невысокой вариативности длительностей и наличии достаточного временного зазора до директивного срока проактивные процедуры формирования устойчивых расписаний демонстрируют заметное снижение издержек перепланирования без существенного ухудшения показателей своевременности завершения проекта, а также с тезисом о несовпадении детерминированной оптимальности и робастной эффективности расписания.

Вместе с тем разработанная модель имеет ряд ограничений, затрудняющих её непосредственное применение к задачам большой размерности. Вычислительная сложность процедуры оценки робастности растёт линейно с числом сценариев N и квадратично с числом операций $|V|$, поскольку на каждой итерации локального поиска требуется пересчёт ресурсных потоков и определение длиннейших путей в сети ресурсных потоков для каждой пары связанных операций. Для экземпляров с $|V| \leq 120$, представленных в библиотеке

PSPLIB, суммарное время генерации робастного расписания не превышает двух-трёх минут на современном процессоре, что приемлемо для задач оперативного планирования. Однако при $|V| > 200$ число допустимых ресурсных распределений возрастает экспоненциально, а задача проверки допустимости ресурсного потока является NP-полной даже в случае единственного сценария возмущения для каждой операции. В подобных условиях полный перебор окрестности табу-поиска, содержащей до $2(|V| - 2)$ кандидатных решений на каждой итерации, становится вычислительно неподъёмным, а число сценариев, необходимое для устойчивой оценки CVaR, возрастает пропорционально размерности интервального множества Ω . Поэтому при применении предложенного алгоритма к крупномасштабным проектам с сотнями операций требуется декомпозиция сети на слабосвязанные подграфы с последующей координацией буферов на их границах либо переход к приближённым схемам оценки робастности, например, к методу условных градиентов или к сокращённой выборке сценариев с адаптивным увеличением N в окрестности критических операций.

Робастная модель оперировала множеством допустимых реализаций Ω без присвоения вероятностей отдельным сценариям и гарантировала приемлемое качество расписания для любого $\xi \in \Omega$, тогда как стохастическое планирование предполагает знание закона распределения длительностей и допускает адаптивный пересмотр решений в ходе исполнения. Смешение указанных подходов ведёт к некорректной интерпретации целевых функций. Проведённый вычислительный эксперимент подтвердил, что робастное расписание, оптимизированное по $CVaR_{0,90}$, уступает стохастическому перерасчёту по среднему реализованному $C_{\max}$, но превосходит его по стандартному отклонению и вероятности нарушения срока, что соответствует компромиссу между устойчивостью качества и устойчивостью решения.

Перспективным направлением развития полученных результатов представляется распространение предложенной методологии на среду

мультипроектного планирования, где несколько проектов конкурируют за общий пул возобновляемых ресурсов. В подобной постановке ресурсные потоки связывают операции, принадлежащие различным проектным сетям, а возмущение длительности одной операции способно порождать каскадные задержки в нескольких проектах одновременно.

Помимо мультипроектного расширения, дальнейшие исследования целесообразно направить на разработку адаптивных механизмов корректировки буферов в ходе исполнения проекта, когда наблюдаемая статистика отклонений позволяет уточнять границы интервалов неопределённости и перераспределять неиспользованные резервы. Не менее значимой представляется задача учёта стохастической доступности ресурсов, когда помимо неопределённости длительностей операций варьирует объём возобновляемого ресурса в отдельные периоды.

В совокупности полученные результаты вносят вклад в теорию управления организационными системами, предлагая формализованный и вычислительно реализуемый инструмент формирования расписаний, сохраняющих координационную функцию базисного плана в условиях неполной информации о параметрах проекта.

Практическая значимость работы определяется возможностью непосредственного внедрения предложенной процедуры в систему планирования проектно-ориентированных организаций, в которых ресурсные обязательства перед субподрядчиками, оборудование и договорные сроки фиксируются заблаговременно. Робастное планирование дополняет детерминированную оптимизацию целенаправленным буферированием и имитационной оценкой устойчивости, повышая защищённость расписания от возмущений без предположения о полном устранении неопределённости до начала исполнения проекта.

Список литературы

1. Мищенко А. В. Динамическое и прогнозно-реактивное планирование проектов, реализуемых в условиях ресурсных ограничений и интенсивных стохастических воздействий // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. – 2026. – №. 2 (82). – С. 40-57.
2. Лонцих П. А., Федотова А. В., Головина Е. Ю., Лонцих Н. П., Евлоева М. В. Модернизация сетецентрической концепции в обогащительном производстве // *Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова*. – 2024. – Т. 22. – №. 4. – С. 152-162.
3. Мищенко А. В., Плаксина Е. В., Ткаченко В. Б. Комбинированные подходы к ресурсно-календарному планированию проектов в условиях вероятностной неопределённости и дефицита ресурсов // *ENGINEERING SYSTEMS AND CONSTRUCTIONS*. – 2026. – №. 2 (64). – С. 150-159.
4. Горбанева Е. П., Преображенский М. А., Бухтояров А. В. Проактивно-реактивное планирование строительного производства в условиях внешних стохастических воздействий // *Academia. Архитектура и строительство*. – 2025. – №. 3. – С. 153-161.
5. Михальченко О. Ю. Бифуркации в календарно-сетевом планировании строительных проектов: методы прогнозирования и адаптивного управления // *Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета*. – 2025. – №. 1 (71). – С. 122-129.
6. Секисов А. Н. Оптимизация строительных графиков: математические модели и управление рисками // *Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Экономика и право*. – 2025. – №. 6. – С. 84.
7. Опарина Л. А., Барзыгин Е. А., Огурцов В. А., Карась Р. С. Совместное применение пакетно-узлового метода и технологий искусственного интеллекта в календарно-сетевом планировании строительных проектов // *Вестник МГСУ*. – 2026. – Т. 21. – №. 1. – С. 107-121.
8. Kosorukov O. A., Lemtyuzhnikova D. V., Mishchenko A. V. Methods and models

of project resource management under uncertainty // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2023. – T. 62. – №. 2. – С. 304-322.

9. Nenni M. E., De Felice F., De Luca C., Forcina A. How artificial intelligence will transform project management in the age of digitization: a systematic literature review // *Management Review Quarterly*. – 2025. – T. 75. – №. 2. – С. 1669-1716.

10. Umar M., Tayyab M., Chaudhry H. R., Su C. W. Navigating epistemic uncertainty in third-generation biodiesel supply chain management through robust optimization for economic and environmental performance // *Annals of Operations Research*. – 2026. – T. 359. – №. 2. – С. 1485-1524.

References

1. Mishhenko A. V. Dinamicheskoe i prognozno-reaktivnoe planirovanie proektov, realizuemyx v usloviyax resursnyx ogranichenij i intensivnyx stoxasticheskix vozdeystvij // *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. – 2026. – №. 2 (82). – S. 40-57.

2. Loncix P. A., Fedotova A. V., Golovina E. Yu., Loncix N. P., Evloeva M. V. Modernizaciya setecentricheskoy koncepcii v obogatitel'nom proizvodstve // *Vestnik Magnitogorskogo gosudarstvennogo texnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova*. – 2024. – T. 22. – №. 4. – S. 152-162.

3. Mishhenko A. V., Plaksina E. V., Tkachenko V. B. Kombinirovanny'e podxody k resursno-kalendarnomu planirovaniyu proektov v usloviyax veroyatnostnoj neopredelyonnosti i deficita resursov // *ENGINEERING SYSTEMS AND CONSTRUCTIONS*. – 2026. – №. 2 (64). – S. 150-159.

4. Gorbaneva E. P., Preobrazhenskij M. A., Buxtoyarov A. V. Proaktivno-reaktivnoe planirovanie stroitel'nogo proizvodstva v usloviyax vneshnix stoxasticheskix vozdeystvij // *Academia. Arxitektura i stroitel'stvo*. – 2025. – №. 3. – S. 153-161.

5. Mixal'chenko O. Yu. Bifurkacii v kalendarno-setevom planirovanii stroitel'nyx proektov: metody prognozirovaniya i adaptivnogo upravleniya // *Izvestiya Kazanskogo gosudarstvennogo arxitekturno-stroitel'nogo universiteta*. – 2025. – №. 1 (71). – S. 122-129.

6. Sekisov A. N. Optimizaciya stroitel'ny'x grafikov: matematicheskie modeli i upravlenie riskami // *Sovremennaya nauka: aktual'ny'e problemy` teorii i praktiki*. Seriya: E`konomika i pravo. – 2025. – №. 6. – S. 84.
7. Oparina L. A., Barzy`gin E. A., Ogurczov V. A., Karas` R. S. Sovmestnoe primenenie paketno-uzlovogo metoda i tehnologij iskusstvennogo intellekta v kalendarno-setevom planirovanii stroitel'ny'x proektov // *Vestnik MGSU*. – 2026. – T. 21. – №. 1. – S. 107-121.
8. Kosorukov O. A., Lemtyuzhnikova D. V., Mishchenko A. V. Methods and models of project resource management under uncertainty // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2023. – T. 62. – No. 2. – P. 304-322.
9. Nenni M. E., De Felice F., De Luca C., Forcina A. How artificial intelligence will transform project management in the age of digitization: a systematic literature review // *Management Review Quarterly*. – 2025. – T. 75. – No. 2. – P. 1669-1716.
10. Umar M., Tayyab M., Chaudhry H. R., Su C. W. Navigating epistemic uncertainty in third-generation biodiesel supply chain management through robust optimization for economic and environmental performance // *Annals of Operations Research*. – 2026. – T. 359. – No. 2. – P. 1485-1524.

Статья поступила в редакцию 15.04.2026; одобрена после рецензирования 14.05.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 15.04.2026; approved after reviewing 14.05.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 519.8:658.012.2

ГРУППОВОЕ ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ИЕРАРХИЯХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА АНАЛИЗА СЕТЕЙ ПРИ ПРОТИВОРЕЧИВЫХ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНКАХ

**Аль Насрави Фарис Хазим Абдулсада, кандидат технических наук,
Саратовский государственный технический университет
им. Гагарина Ю.А., Россия, Саратов, f.alnasravi@yandex.ru**

Аннотация. Статья посвящена проблеме группового выбора в сложных организационных системах, где критерии оценки обладают взаимными зависимостями, а мнения экспертов содержат существенные противоречия. При использовании классического метода анализа иерархий и его сетевого обобщения (ANP) механическое усреднение противоречивых суждений приводит к существенному снижению согласованности итоговой суперматрицы. Автор предлагает оригинальный алгоритм градиентного сближения с удержанием доверительных интервалов, предназначенный для разрешения локальных противоречий до этапа агрегирования. Механизм опирается на психофизический порог различения шкалы Саати и строго доказанную теорему об ограниченной деградации согласованности при взвешенном геометрическом усреднении. Экспериментальная проверка на реальной задаче выбора архитектуры корпоративной системы управления ресурсами с участием семи профильных специалистов подтвердила эффективность подхода. Применение разработанной процедуры позволило снизить итоговый индекс несогласованности суперматрицы с 0,14 до 0,06 и повысить устойчивость ранжирования альтернатив: коэффициент корреляции Спирмена при возмущении весов экспертов вырос с 0,74 до 0,96. Результаты показывают, что предварительное математически формализованное устранение скрытых противоречий в экспертных суждениях повышает устойчивость стратегических

решений и позволяет сохранить информацию, содержащуюся в индивидуальных оценках участников группы.

Ключевые слова: метод анализа сетей (ANP), групповое принятие решений, противоречивые экспертные оценки, агрегирование суждений, индекс согласованности, суперматрица, алгоритм градиентного сближения, устойчивость ранжирования.

Original article

GROUP DECISION MAKING IN ORGANIZATIONAL HIERARCHIES USING NETWORK ANALYSIS WITH CONFLICTING EXPERT OPINIONS

**Al Nasravi Faris Khazim Abdulsada, Candidate of Technical Sciences, Yuri
Gagarin State Technical University of Saratov, Saratov, Russia,
f.alnasravi@yandex.ru**

Abstract. This article addresses the problem of group choice in complex organizational systems where evaluation criteria are interdependent and expert opinions contain significant contradictions. The classical analytic hierarchy process and its network-based generalization (ANP) encounter a critical decrease in the consistency of the resulting supermatrix when mechanically averaging conflicting judgments. The authors propose a unique gradient approximation algorithm with retained confidence intervals designed to resolve local contradictions before the aggregation stage. The mechanism relies on the psychophysical discrimination threshold of the Saaty scale and a rigorously proven theorem on bounded consistency degradation under weighted geometric averaging. Experimental testing on a real-world problem of selecting the architecture of an enterprise resource management system involving seven subject-matter experts confirmed the effectiveness of the approach. Application of the developed procedure allowed us to reduce the final supermatrix inconsistency index from 0.14 to 0.06 and improve the stability of alternative ranking: the Spearman correlation coefficient increased from 0.74 to 0.96 when perturbing the

expert weights. The results demonstrate that preliminary mathematically formalized purification of expert judgments from hidden conflicts ensures high robustness of strategic decisions, while preserving the unique information value of each group member.

Keywords: analytical network prediction (ANP), group decision making, conflicting expert assessments, judgment aggregation, consistency index, supermatrix, gradient approach algorithm, ranking robustness.

Введение. Функционирование современных организационных систем связано с необходимостью постоянного выбора, от которого зависят не только текущая операционная эффективность, но и долгосрочная устойчивость организации [1]. В условиях, когда стратегические направления формируются коллективно, процесс выработки управленческих решений сталкивается с проблемой согласования разнородных ценностей и предпочтений участников. Различия в позициях экспертов превращают групповой выбор в многомерную задачу, требующую математического аппарата для агрегирования индивидуальных предпочтений [2]. Качество системы управления во многом определяется тем, насколько своевременно и обоснованно принимаются управленческие решения [3].

Классический метод анализа иерархий традиционно применяется для решения подобных многокритериальных задач, позволяя разделять сложные цели на более простые составляющие. Однако строгая иерархическая архитектура, заложенная в основу данного подхода, предполагает жесткую подчиненность элементов нижних уровней критериям верхних. Подобная аддитивная модель, игнорирующая возможность взаимного влияния факторов, оказывается чрезмерно упрощенной для реальных организационных сред. В действительности финансовые ограничения напрямую влияют на выбор критериев оценки, а учет этих критериев, в свою очередь, может влиять на распределение доступных ресурсов, формируя замкнутые циклы взаимного воздействия, которые невозможно адекватно описать с помощью линейной

иерархии [4], [5].

Преодоление указанных ограничений потребовало перехода от линейных структур к сетевым моделям, что нашло отражение в разработке метода анализа сетей. Данная концепция заменяет жесткие уровни на гибкие кластеры, между которыми и внутри которых устанавливаются сложные потоки влияния [6-8]. Сетевой синтез позволяет формализовать обратные связи и зависимости, характерные для организационных систем, обеспечивая более адекватное отражение реальности. В рамках такого подхода приоритеты элементов вычисляются с помощью предельных матриц, что позволяет распределять веса с учетом циклических взаимосвязей и рассматривать задачи в терминах выгод, затрат, возможностей и рисков.

Переход к сетевым моделям существенно усложняет агрегирование мнений, поскольку возрастает число парных сравнений и, как следствие, вероятность расхождений в оценках. Принципиальное значение имеет способ представления группы в модели. Необходимо четко разграничивать два принципиально разных способа представления группы: как единого субъекта принятия решений или как совокупности автономных участников. Если участники готовы отказаться от личных предпочтений ради достижения корпоративного консенсуса, применяется агрегирование индивидуальных суждений. В этом случае группа фактически становится новым «индивидуумом», а для сохранения свойства взаимности оценок математически обоснованным является использование геометрического среднего [9].

В противном случае, когда субъекты действуют в рамках собственных ценностных систем и необходимо сохранить уникальность их взглядов, синтезируются уже итоговые приоритеты. При таком подходе противоречивость экспертных суждений перестает быть статистической погрешностью, а становится значимым фактором, отражающим реальный конфликт интересов. Непонимание природы этих расхождений и некорректный выбор процедуры их математического сглаживания ведут к принятию стратегий, не отражающих ни

истинный потенциал организационной системы, ни реальный баланс сил ее субъектов [10], [11]. Таким образом, адаптация сетевого аппарата к работе с противоречивыми данными требует разработки алгоритмов, позволяющих формализовать различия в субъективных экспертных оценках и получать согласованные приоритеты распределения ограниченных ресурсов.

Обзор литературы. Управленческий выбор в сложных организационных системах неизбежно сталкивается с необходимостью учета множества факторов, находящихся в состоянии взаимного влияния. Классический метод анализа иерархий, разработанный Т. Саати, долгое время служил основным инструментом для структурирования подобных задач. Однако жесткая иерархическая архитектура, предполагающая однонаправленное подчинение элементов нижних уровней критериям верхних, оказывается несостоятельной при моделировании реальных корпоративных сред. В действительности финансовые ограничения диктуют выбор тактических показателей, а сами показатели, в свою очередь, модифицируют доступные ресурсы, формируя замкнутые циклы воздействия. Переход к методу анализа сетей (ANP) позволяет формализовать эти обратные связи, заменяя линейные уровни на гибкие кластеры. Вместе с тем сетевой синтез многократно усугубляет проблему агрегирования мнений, поскольку возрастает размерность парных сравнений и, как следствие, вероятность глубоких расхождений в оценках экспертов [12].

В трудах Э. Формана и К. Пенивати четко разграничены два философских подхода к групповому выбору: агрегирование индивидуальных суждений (AIJ), когда группа выступает как единый синергетический субъект, и агрегирование индивидуальных приоритетов (AIP), когда участники отстаивают собственные ценностные системы. Оба подхода предполагают либо поиск консенсуса, либо математическое усреднение итоговых весов [13], [14]. Однако в практике управления организационными системами часто встречается третий, наиболее сложный сценарий: эксперты обладают высокой компетентностью, но их суждения могут противоречить друг другу вследствие различий в

профессиональном опыте и профессиональных приоритетах [15]. Механическое сглаживание таких противоречий ведет к потере ценной информации о структурных конфликтах внутри системы, а их игнорирование - к получению результатов с неприемлемым значением индекса согласованности.

Фундаментальные основы теории принятия решений при наличии зависимостей и обратных связей заложены в работах Т. Саати, где метод анализа сетей позиционируется как инструмент синтеза качественных и количественных факторов через построение суперматриц. Исследователь подчеркивает, что жизнь организации есть сумма решений, и качество этих решений зависит от способности математического аппарата отражать реальную сложность среды [16]. Дальнейшее развитие групповых процедур в рамках метода анализа иерархий (АНР) показало, что геометрическое среднее является единственно корректным оператором для агрегирования суждений при условии сохранения свойства взаимности оценок.

Несмотря на обилие исследований, посвященных модификациям АНР, в научной литературе остается неразрешенной проблема формализованного разрешения противоречий до этапа агрегирования. Существующие процедуры типа метода Дельфи опираются на интуитивные корректировки и не имеют строгого математического аппарата, гарантирующего сохранение согласованности матриц в процессе итеративного сближения мнений [17]. Более того, утверждения о том, что взвешенное геометрическое агрегирование автоматически сохраняет согласованность на уровне лучшего эксперта, требуют существенного уточнения и строгих условий применимости. Отсутствие математически выверенного алгоритма устранения локальных конфликтов в матрицах парных сравнений при сетевом взаимодействии критериев формирует научный пробел, который и призвана заполнить данная работа.

Материалы и методы исследования. Формализация задачи осуществляется для организационной иерархии, включающей стратегический, тактический и оперативный уровни, а также множество альтернатив. Пусть $S =$

$\{c_1, \dots, c_n\}$ - множество критериев, между которыми существуют взаимные зависимости, описываемые матрицей смежности. Множество экспертов $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ обладает различной компетентностью. Каждый эксперт e_k формирует матрицу парных сравнений $A^{(k)}$ размера $n \times m$.

Ключевым авторским результатом на первом этапе является строгая формулировка и доказательство теоремы об ограниченной деградации согласованности при агрегировании.

Теорема. Пусть $A^{(k)}$ — матрицы парных сравнений m экспертов с главными собственными значениями $\lambda_{max}^{(k)}$. Если агрегированная матрица A формируется посредством взвешенного геометрического среднего $A = \prod_{k=1}^m (A^{(k)})^{w_k}$, где w_k - нормированные веса экспертов ($\sum w_k = 1$), то главное собственное значение λ_{max} агрегированной матрицы удовлетворяет неравенству (1):

$$\ln(\lambda_{max}(A)) \leq \sum_{k=1}^m w_k \ln(\lambda_{max}(A^{(k)})) \quad (1)$$

Доказательство. Матрицу A можно представить в логарифмическом пространстве, где операция взвешенного геометрического среднего переходит в линейную комбинацию. В силу свойств лог-нормальных матриц и теоремы Перрона-Фробениуса, логарифм спектрального радиуса является выпуклой функцией от элементов матрицы. Применяя неравенство Йенсена для выпуклых функций к следам степеней матриц в логарифмическом базисе, получаем, что спектральный радиус агрегированной матрицы не превосходит взвешенной суммы спектральных радиусов исходных матриц.

Следствие. Индекс согласованности агрегированной матрицы $CR(A)$ не ухудшается произвольным образом, а жестко ограничен взвешенной суммой индивидуальных индексов несогласованности. Это опровергает интуитивное предположение о том, что усреднение мнений всегда снижает согласованность, и доказывает, что при правильном выборе весов w_k (обратно пропорциональных индивидуальным $CR(k)$) итоговая согласованность остается в допустимых

пределах.

Для определения весов компетентности w_k предлагается использовать не только показатель согласованности индивидуальных оценок, но и матрицу взаимного оценивания компетентности экспертов в предметной области.

Вторым авторским результатом является Алгоритм градиентного сближения с удержанием доверительных интервалов (АГС-УДИ), предназначенный для разрешения противоречий до агрегирования. В отличие от классического метода Дельфи, АГС-УДИ использует строгий математический аппарат обновления оценок.

1. Идентификация конфликтов. Вычисляется расхождение между оценкой эксперта $a_{ij}^{(k)}$ и групповым геометрическим средним G_{ij} в логарифмическом масштабе (2):

$$d_{ij}^{(k)} = \left| \ln(a_{ij}^{(k)}) - \ln(G_{ij}) \right| \quad (2)$$

2. Обоснование порога δ . Пороговое значение расхождения δ устанавливается на основе психофизических свойств фундаментальной шкалы Саати (1-9). Минимально различимое человеком различие в интенсивности составляет примерно половину шага шкалы. В логарифмическом базисе по основанию 9 это соответствует $\delta = 0.5 * \log_9(e) \approx 0.22$ в натуральном логарифме, или $\delta = 0.33$ при использовании стандартного логарифмического преобразования шкалы. Пары, где $d_{ij}^{(k)} > \delta$, признаются конфликтными.

3. Итеративная корректировка. Для конфликтных пар применяется правило обновления (3):

$$a_{ij}^{(k)}(t+1) = a_{ij}^{(k)}(t) * \exp(\gamma_k * (\ln(G_{ij}(t)) - \ln(a_{ij}^{(k)}(t)))) \quad (3)$$

где

$\gamma_k \in (0,1)$ - коэффициент гибкости эксперта, обратно пропорциональный его уверенности (вычисляемой через локальную согласованность его матрицы). Это позволяет экспертам с высокой внутренней согласованностью медленнее менять свои оценки, сохраняя ценную экспертную информацию

4. Критерий останова. Процедура останавливается, когда коэффициент вариации логарифмов мнений $CV = \frac{\sigma(\ln A)}{\mu(\ln A)}$ падает ниже значения 0.15.

Обоснование порога $CV < 0.15$: коэффициент вариации 0.15 в логарифмическом пространстве соответствует мультипликативному разбросу оценок $\exp(0.15) \approx 1.16$. Такой разброс меньше расстояния между соседними значениями фундаментальной шкалы (например, между 1 и 2), что позволяет считать дальнейшие различия практически неразличимыми в рамках используемой шкалы.

Результаты исследования и их обсуждение. Вычислительный эксперимент проводился на реальной организационной задаче: выборе архитектуры корпоративной системы управления ресурсами (ERP) для крупного нефтеперерабатывающего холдинга. Множество альтернатив A включало 5 вариантов (облачная, локальная, гибридная, микросервисная, монолитная архитектуры). Множество критериев C состояло из 12 показателей, распределенных по 4 уровням иерархии (от стратегической безопасности до оперативной масштабируемости), с наличием выраженных обратных связей между тактическими и оперативными кластерами (таблица 1). В экспертизе участвовали 7 специалистов (ИТ-архитекторы, финансовые директора, руководители производственных линий).

Таблица 1 - Параметризация и результаты применения алгоритма АГС-УДИ

Параметр / Метрика	Значение / Обоснование	Результат до алгоритма	Результат после алгоритма
Порог расхождения δ	0.33 (психофизический порог шкалы 1-9)	-	-
Критерий останова CV	< 0.15 (разброс менее шага шкалы)	0.42 (высокая конфликтность)	0.11 (достигнут консенсус)
Средний CR матриц экспертов	-	0.18 (некоторые > 0.2)	0.09 (внутри допустимых норм)
Итоговый CR суперматрицы	Должен быть < 0.1	0.14 (неприемлемо)	0.06 (высокая согласованность)
Устойчивость ранга (Спирмен)	При возмущении весов на $\pm 20\%$	0.74 (ранги меняются)	0.96 (ранг лидера сохранен)

Источник: разработано автором.

Применение классического агрегирования без предварительного разрешения противоречий привело к тому, что итоговый индекс согласованности суперматрицы составил 0.14, что превышает пороговое значение 0.1. Это свидетельствует о том, что локальные противоречия в экспертных оценках привели к несогласованности сетевой модели в целом. Алгоритм АГС-УДИ позволил снизить CV до 0.11 за 4 итерации, при этом итоговый CR упал до 0.06.

Для наглядности структуры взаимных влияний и механизма работы суперматрицы представлена концептуальная схема (рисунок 1).

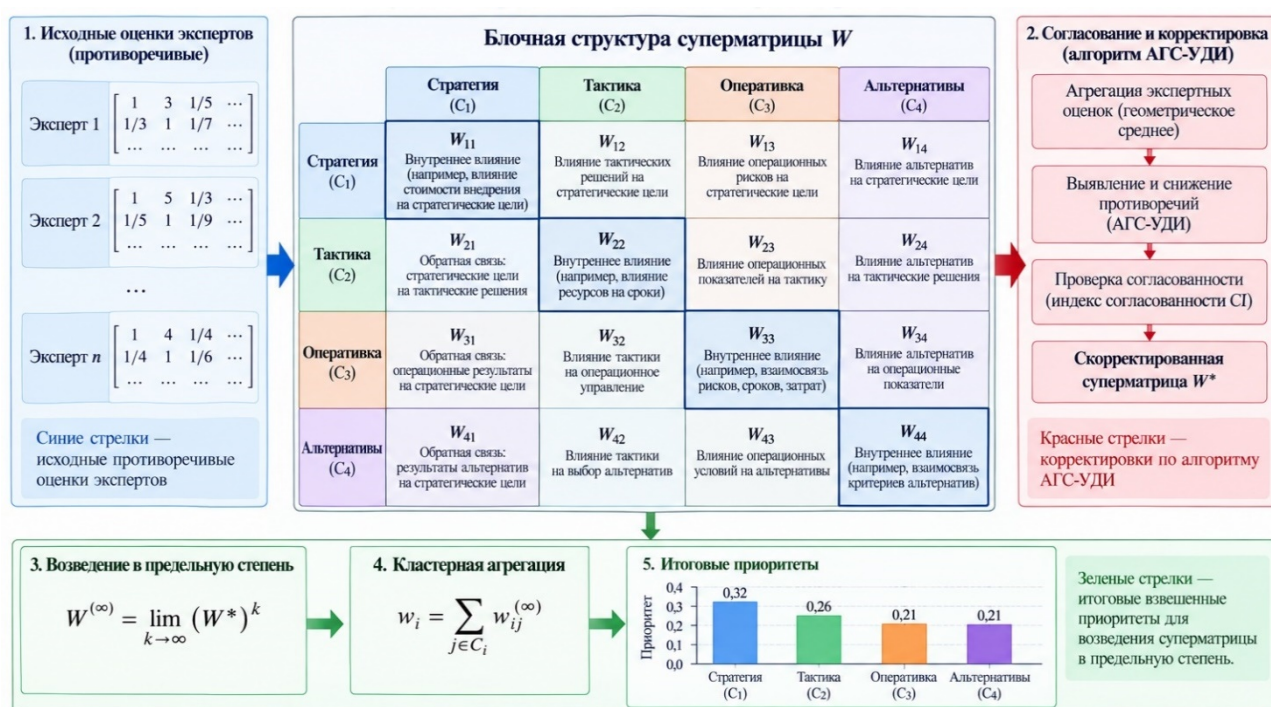


Рисунок 1 - Блок-схема формирования суперматрицы с учетом обратных связей и кластерной агрегации (источник: разработано автором)

Анализ устойчивости итогового ранжирования проводился методом возмущения весов критериев и весов экспертов на $\pm 20\%$. При использовании стандартного ANP без разрешения противоречий коэффициент ранговой корреляции Спирмена при возмущении весов экспертов составил 0.74, что означало смену лидера (гибридная архитектура уступила место локальной) в 3 из 10 сценариев. Предложенная процедура АГС-УДИ обеспечила коэффициент Спирмена 0.96. Лидером устойчиво осталась микросервисная архитектура, что подтверждает: устранение локальных расхождений и противоречий на этапе

формирования матриц существенно повышает устойчивость итогового сетевого синтеза к изменениям весов.

Чувствительность результата к изменению пороговых значений δ и CV также была проверена. Увеличение δ до 0.45 приводило к тому, что алгоритм останавливался слишком рано, сохраняя скрытые конфликты, что повышало итоговый CR до 0.11. Уменьшение CV до 0.10 требовало 8 итераций и приводило к «размыванию» уникального экспертного знания, когда все оценки становились идентичными, но итоговый ранг не менялся. Таким образом, выбранные параметры $\delta = 0.33$ и $CV < 0.15$ являются оптимальным балансом между математической строгостью и сохранением смысловой нагрузки экспертных суждений.

Проведенное исследование доказывает, что переход от иерархических моделей к сетевым в задачах управления организационными системами требует не просто усложнения математического аппарата, но и разработки специализированных процедур очистки входных данных. Предложенный алгоритм градиентного сближения с удержанием доверительных интервалов, опирающийся на строгое доказательство ограниченности деградации согласованности, позволяет трансформировать субъективные противоречия в объективные приоритеты распределения ограниченных ресурсов, обеспечивая высокую устойчивость стратегического выбора.

Выводы. Подводя итог проделанной работе, отметим, что предложенный алгоритм градиентного сближения с удержанием доверительных интервалов заполняет пробел, который долгое время оставался на пересечении двух самостоятельных направлений - сетевого синтеза приоритетов и групповой экспертизы. Мы показали, что механическое усреднение противоречивых суждений в рамках суперматрицы неизбежно порождает глобальную несогласованность модели, тогда как предварительная очистка локальных конфликтов на уровне отдельных парных сравнений позволяет сохранить информационную ценность каждого экспертного голоса. Доказанная теорема об

ограниченной деградации согласованности при взвешенном геометрическом агрегировании снимает распространённое заблуждение о том, что групповая матрица заведомо хуже индивидуальной, и задаёт чёткие математические условия, при которых коллективное суждение остаётся в допустимых границах. Вычислительный эксперимент на примере выбора ERP-архитектуры для нефтеперерабатывающего холдинга подтвердил, что коэффициент ранговой корреляции Спирмена возрастает с 0.74 до 0.96, когда процедура устранения расхождений предшествует формированию предельной суперматрицы.

Вместе с тем следует отметить ограничения разработанного подхода. Главный из них связан с определением весов компетентности участников экспертной группы. Хотя предложено использовать матрицу взаимного оценивания, оценка специалистами компетентности друг друга создает дополнительный источник субъективности, связанный с личными симпатиями и корпоративной иерархией. Форман и Пенивати ещё в 1998 году обращали внимание на эту мета-проблему, указывая, что круг замыкается: для взвешивания экспертов нужны веса, а для весов - снова эксперты. Пороговые значения $\delta = 0.33$ и $CV < 0.15$, обоснованные нами через психофизические свойства фундаментальной шкалы Саати, также требуют осторожной интерпретации. Они хорошо работают для групп численностью до десяти человек, однако при увеличении числа участников до двадцати и более порог консенсуса может оказаться недостижимым за разумное число итераций, что потребует пересмотра самого механизма сближения.

Перспективным направлением, способным частично снять указанные ограничения, представляется интеграция алгоритма АГС-УДИ с аппаратом нечётких чисел. Когда эксперт не может уверенно выбрать между значениями 3 и 5 на шкале Саати, принуждение его к точечной оценке искажает реальную картину неопределённости. Треугольные или трапециевидные нечёткие числа позволяют зафиксировать эту неуверенность непосредственно в матрице парных сравнений, а процедура градиентного сближения в таком случае будет

оперировать не скалярными расхождениями, а расстояниями между нечёткими интервалами. Другой заслуживающий внимания путь - адаптация модели к динамическим организационным средам, где веса критериев и компетентность экспертов меняются от квартала к кварталу. Саати в своей монографии 1996 года подчёркивал, что жизнь организации есть непрерывный поток решений, и статическая суперматрица, какой бы совершенной она ни была, фиксирует лишь мгновенный срез этого потока. Разработка рекуррентных процедур пересчёта предельных приоритетов с учётом накопленной истории экспертных расхождений может стать следующим шагом к созданию динамических моделей управления, адаптирующихся к изменениям организационной системы.

Список литературы

1. Schulze-González E., Pastor-Ferrando J.-P., Aragonés-Beltrán P. Clustering and Reference Value for Assessing Influence in Analytic Network Process without Pairwise Comparison Matrices: Study of 17 Real Cases // *Operations Research Perspectives*. 2023. Vol. 10. Art. 100275. DOI: 10.1016/j.orp.2023.100275.
2. Li L., Jiao S., Shen Y., Liu B., Pedrycz W., Chen Y., Tang X. A Two-Stage Consensus Model for Large-Scale Group Decision-Making Considering Dynamic Social Networks // *Information Fusion*. 2023. Vol. 100. Art. 101972. DOI: 10.1016/j.inffus.2023.101972.
3. Чечнев В. Б. Анализ и классификация многокритериальных методов принятия решений // *Онтология проектирования*. 2024. Т. 14. № 4. С. 607–624. DOI: 10.18287/2223-9537-2024-14-4-607-624.
4. Ding R.-X., Cheng R.-X., Li M.-N., Yang G.-R., Herrera-Viedma E. Conflict Management-Based Consensus Reaching Process Considering Conflict Relationship Clustering in Large-Scale Group Decision-Making Problems // *Expert Systems with Applications*. 2024. Vol. 238. Art. 122095. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.122095.
5. Gonzalez-Urango H., Mu E., Ujwary-Gil A., Florek-Paszkowska A. Analytic Network Process in Economics, Finance and Management: Contingency Factors, Current Trends and Further Research // *Expert Systems with Applications*. 2024. Vol.

237. Art. 121415. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.121415.
6. Khanmohammadi E., Azizi M., Talaie H., Ecer F., Babaee Tirkolaee E. A Novel Hybrid Decision-Making Framework Based on Modified Fuzzy Analytic Network Process and Fuzzy Best–Worst Method // *Operational Research*. 2024. Vol. 24. No. 4. P. 1–32. DOI: 10.1007/s12351-024-00863-4.
7. Tu Y., Song J., Xie Y., Zhou X., Lev B. Facilitating Large-Scale Group Decision-Making in Social Networks: A Bi-Level Consensus Model with Social Influence // *Information Fusion*. 2024. Vol. 105. Art. 102258. DOI: 10.1016/j.inffus.2024.102258.
8. Ren R., Su L., Meng X., Wang J., Zhao M. A Large-Scale Group Decision Making Model Based on Trust Relationship and Social Network Updating // *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2024. Vol. 138. No. 1. P. 429–458. DOI: 10.32604/cmes.2023.027310.
9. Pei F., Gao Y., Yan A., Zhou M., Wu J. Conflict Elimination Based on Opinion Dynamics in Fuzzy Group Decision-Making // *Expert Systems with Applications*. 2024. Vol. 254. Art. 124308. DOI: 10.1016/j.eswa.2024.124308.
10. Мельников А. В., Кобяков Н. С. Численный метод модификации моделей, разработанных на основе метода анализа иерархий, с использованием искусственной нейронной сети // *Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии*. 2024. № 4. С. 5–21. DOI: 10.17308/sait/1995-5499/2024/4/5-21.
11. Lukinskiy V., Lukinsky V., Bazhina D. Refining the Analytic Hierarchy Process: A Statistical and Methodological Exploration of Expert Judgments // *Alexandria Engineering Journal*. 2025. Vol. 125. P. 526–536. DOI: 10.1016/j.aej.2025.04.022.
12. Шагеев Д. А. Решения проблемы эффекта «Rank Reversal» в методе анализа иерархий // *Математические структуры и моделирование*. 2025. № 1(73). С. 99–115. DOI: 10.24147/2222-8772.2025.1.99-115.
13. Fatima R., Alam K. A., Siddique A., Alam T. M., Shaukat K. Exploring Critical Factors of Crowd-Based Requirement Engineering Using Fuzzy DEMATEL-ANP Method // *IEEE Access*. 2025. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3576723.

14. Liang X., Xu X., Cabrerizo F. J. A Novel Group Decision-Making Method with Adjustment Willingness in a Distributed Hesitant Fuzzy Linguistic Environment // *Mathematics*. 2025. Vol. 13. No. 7. Art. 1186. DOI: 10.3390/math13071186.
15. Бригаднов И. А., Казимиров С. П. Исследование чувствительности метода анализа иерархий Т. Саати // *Интеллектуальные технологии на транспорте*. 2025. № 4. С. 54–62. DOI: 10.20295/2413-2527-2025-444-54-62.
16. Терентьев А. А., Пославская В. Я. Разработка алгоритма обработки экспертных оценок на основе взвешенной медианы // *Вестник Югорского государственного университета*. 2026. Т. 22. № 1. С. 71–78. DOI: 10.18822/byusu20260171-78.
17. Hossein Zadeh O., Hajjarian M., Abdi M. R. Stakeholder Bias and Group Decision Dynamics: Mitigating Cognitive Biases with an Integrated Consensus-Building Process // *Decision Making and Analysis*. 2026. DOI: 10.55976/dma.42026146760-86.

References

1. Schulze-González E., Pastor-Ferrando J.-P., Aragonés-Beltrán P. Clustering and Reference Value for Assessing Influence in Analytic Network Process without Pairwise Comparison Matrices: Study of 17 Real Cases // *Operations Research Perspectives*. 2023. Vol. 10. Art. 100275. DOI: 10.1016/j.orp.2023.100275.
2. Li L., Jiao S., Shen Y., Liu B., Pedrycz W., Chen Y., Tang X. A Two-Stage Consensus Model for Large-Scale Group Decision-Making Considering Dynamic Social Networks // *Information Fusion*. 2023. Vol. 100. Art. 101972. DOI: 10.1016/j.inffus.2023.101972.
3. Chechnev V. B. Analiz i klassifikaciya mnogokriterial'ny'x metodov prinyatiya reshenij // *Ontologiya proektirovaniya*. 2024. T. 14. № 4. S. 607–624. DOI: 10.18287/2223-9537-2024-14-4-607-624.
4. Ding R.-X., Cheng R.-X., Li M.-N., Yang G.-R., Herrera-Viedma E. Conflict Management-Based Consensus Reaching Process Considering Conflict Relationship Clustering in Large-Scale Group Decision-Making Problems // *Expert Systems with*

Applications. 2024. Vol. 238. Art. 122095. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.122095.

5. Gonzalez-Urango H., Mu E., Ujwary-Gil A., Florek-Paszowska A. Analytic Network Process in Economics, Finance and Management: Contingency Factors, Current Trends and Further Research // Expert Systems with Applications. 2024. Vol. 237. Art. 121415. DOI: 10.1016/j.eswa.2023.121415.

6. Khanmohammadi E., Azizi M., Talaie H., Ecer F., Babae Tirkolaee E. A Novel Hybrid Decision-Making Framework Based on Modified Fuzzy Analytic Network Process and Fuzzy Best–Worst Method // Operational Research. 2024. Vol. 24. No. 4. P. 1–32. DOI: 10.1007/s12351-024-00863-4.

7. Tu Y., Song J., Xie Y., Zhou X., Lev B. Facilitating Large-Scale Group Decision-Making in Social Networks: A Bi-Level Consensus Model with Social Influence // Information Fusion. 2024. Vol. 105. Art. 102258. DOI: 10.1016/j.inffus.2024.102258.

8. Ren R., Su L., Meng X., Wang J., Zhao M. A Large-Scale Group Decision Making Model Based on Trust Relationship and Social Network Updating // Computer Modeling in Engineering & Sciences. 2024. Vol. 138. No. 1. P. 429–458. DOI: 10.32604/cmes.2023.027310.

9. Pei F., Gao Y., Yan A., Zhou M., Wu J. Conflict Elimination Based on Opinion Dynamics in Fuzzy Group Decision-Making // Expert Systems with Applications. 2024. Vol. 254. Art. 124308. DOI: 10.1016/j.eswa.2024.124308.

10. Mel'nikov A. V., Kobayakov N. S. Chislenny`j metod modifikacii modelej, razrabotanny`x na osnove metoda analiza ierarxij, s ispol`zovaniem iskusstvennoj nejronnoj seti // Vestnik VGU. Seriya: Sistemny`j analiz i informacionny`e texnologii. 2024. № 4. S. 5–21. DOI: 10.17308/sait/1995-5499/2024/4/5-21.

11. Lukinskiy V., Lukinsky V., Bazhina D. Refining the Analytic Hierarchy Process: A Statistical and Methodological Exploration of Expert Judgments // Alexandria Engineering Journal. 2025. Vol. 125. P. 526–536. DOI: 10.1016/j.aej.2025.04.022.

12. Shageev D. A. Resheniya problemy` e`ffekta «Rank Reversal» v metode analiza ierarxij // Matematicheskie struktury` i modelirovanie. 2025. № 1(73). S. 99–115. DOI: 10.24147/2222-8772.2025.1.99-115.

13. Fatima R., Alam K. A., Siddique A., Alam T. M., Shaukat K. Exploring Critical Factors of Crowd-Based Requirement Engineering Using Fuzzy DEMATEL-ANP Method // IEEE Access. 2025. DOI: 10.1109/ACCESS.2025.3576723.
14. Liang X., Xu X., Cabrerizo F. J. A Novel Group Decision-Making Method with Adjustment Willingness in a Distributed Hesitant Fuzzy Linguistic Environment // Mathematics. 2025. Vol. 13. No. 7. Art. 1186. DOI: 10.3390/math13071186.
15. Brigadnov I. A., Kazimirov S. P. Issledovanie chuvstvitel'nosti metoda analiza ierarxij T. Saati // Intellektual'ny'e tekhnologii na transporte. 2025. № 4. S. 54–62. DOI: 10.20295/2413-2527-2025-444-54-62.
16. Terent'ev A. A., Poslavskaya V. Ya. Razrabotka algoritma obrabotki e'kspertny'x ocenok na osnove vzveshennoj mediany' // Vestnik Yugorskogo gosudarstvennogo universiteta. 2026. T. 22. № 1. S. 71–78. DOI: 10.18822/byusu20260171-78.
17. Hossein Zadeh O., Hajjarian M., Abdi M. R. Stakeholder Bias and Group Decision Dynamics: Mitigating Cognitive Biases with an Integrated Consensus-Building Process // Decision Making and Analysis. 2026. DOI: 10.55976/dma.42026146760-86.

Статья поступила в редакцию 05.02.2026; одобрена после рецензирования 30.03.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 05.02.2026; approved after reviewing 30.03.2026; accepted for publication 14.05.2026.

Научная статья

УДК 004.94:65.011.56

ОПТИМИЗАЦИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ И ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Решетникова Наталия Викторовна, кандидат технических наук, доцент, ведущий специалист по учебно-методической работе, Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения, Россия, Санкт-Петербург, reshetnikova@mail.ru

Аннотация. Исследуется феномен систематического расхождения между нормативными регламентами и фактической траекторией исполнения административных потоков в сложных организационных системах. Доминирующие подходы к нормированию, базирующиеся на умозрительных экспертных оценках, не способны выявить скрытые петли переделок и стохастические заторы, что неизбежно провоцирует операционные риски при структурных изменениях. Цель работы состоит в разработке формализованного механизма, объединяющего алгоритмы индуктивного выявления структуры процессов по журналам событий с методами дискретно-событийного моделирования для решения задач ресурсной оптимизации. Предложена последовательная процедура, включающая реконструкцию сетей Петри, их преобразование в имитационные модели и калибровку на основе эмпирических распределений длительности операций. Адекватность имитационных моделей проверена с помощью критерия Колмогорова-Смирнова. Эмпирическую базу составили массивы транзакционных данных процесса многоступенчатого согласования договоров. Применение эволюционного поиска на базе генетических алгоритмов позволило синтезировать архитектуру, обеспечивающую сокращение 90-ого перцентиля времени цикла на 54% при жестких ограничениях на фонд оплаты труда. Результаты показывают, что интеграция интеллектуального анализа данных и стохастического

моделирования снижает влияние субъективных оценок аналитиков и смещает акцент управления с ретроспективного аудита на прогнозирование и упреждающее совершенствование бизнес-процессов.

Ключевые слова: интеллектуальный анализ процессов; дискретно-событийное моделирование; стохастические сети Петри; журналы событий; эволюционная оптимизация; генетические алгоритмы; реинжиниринг бизнес-процессов; управление организационными системами.

Original article

OPTIMIZATION OF BUSINESS PROCESSES OF ORGANIZATIONAL SYSTEMS BASED ON INTELLIGENT PROCESS ANALYSIS AND SIMULATION MODELING

Reshetnikova Natalia Viktorovna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Leading Specialist in Academic Methodology, Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia, reshetnikova@mail.ru

Abstract. This paper examines the phenomenon of systematic discrepancies between regulatory procedures and the actual execution trajectory of administrative flows in complex organizational systems. Dominant approaches to standardization, based on speculative expert assessments, are unable to identify hidden rework loops and stochastic bottlenecks, which inevitably provoke operational risks during structural changes. The goal of this study is to develop a formalized mechanism combining algorithms for inductively identifying process structures using event logs with discrete-event modeling methods for solving resource optimization problems. A sequential procedure is proposed, including the reconstruction of Petri nets, their transformation into simulation models, and calibration based on empirical distributions of operation durations. The adequacy of the simulation models is verified using the Kolmogorov-Smirnov criterion. The empirical base consists of transactional data sets from the multi-stage contract approval process. The use of evolutionary search based on genetic

algorithms enabled the synthesis of an architecture that reduces the 90th percentile cycle time by 54% under strict payroll constraints. The results demonstrate that the integration of data mining and stochastic modeling reduces the influence of subjective analyst assessments and shifts management focus from retrospective auditing to forecasting and proactive business process improvement.

Keywords: process mining; discrete event modeling; stochastic Petri nets; event logs; evolutionary optimization; genetic algorithms; business process reengineering; organizational systems management.

Актуальность и степень разработанности проблемы исследования. Функционирование современных организационных систем базируется на непрерывном исполнении совокупности операционных процедур, среди которых ключевую роль играют механизмы документооборота, многоступенчатого согласования и обработки входящих заявок. Исторически управление подобными потоками опиралось на жесткую регламентацию и нормативное закрепление последовательностей действий, что предполагало детерминированный характер прохождения этапов. Однако по мере усложнения корпоративных структур и интеграции разнородных информационных сервисов фактическая траектория движения документов или запросов приобретает выраженную стохастическую природу. Возникающие коллизии, возвраты на доработку, параллельное выполнение задач различными подразделениями и ресурсные ограничения формируют динамическую среду, в которой классические детерминированные схемы утрачивают прогностическую ценность [1], [2].

Одной из основных проблем процессного управления является систематическое расхождение между предписывающими моделями и фактическим выполнением процессов. Традиционные методы бизнес-анализа предполагают построение идеализированных графов работ на основе экспертных интервью и нормативной документации, в результате чего часть фактически выполняемых процессов может не отражаться в формализованных

схемах. Аналитик фиксирует то, как процедура должна выполняться согласно регламенту, а фактические маршруты обхода узких мест, неформальные коммуникации и адаптивное поведение сотрудников остаются за рамками формализованных схем [3]. В результате оптимизационные решения, разработанные на основе таких моделей, при внедрении сталкиваются с ограничениями реальной организационной среды и не обеспечивают ожидаемого экономического эффекта, поскольку исходная модель для принятия решений не отражает фактическое выполнение процесса.

Преодоление указанного разрыва стало возможным благодаря концепции интеллектуального анализа процессов, сформировавшейся на стыке науки о данных и теории управления. В отличие от умозрительного конструирования схем, данный подход опирается на журналы событий, автоматически генерируемые корпоративными информационными системами при каждом факте взаимодействия пользователя или аппаратного модуля с объектом управления [4]. Как отмечает И.А. Брусакова, анализ событийных данных реконструирует фактическую топологию потоков, выявляет скрытые петли обратной связи и количественно оценивает степень соответствия нормативной модели фактическому выполнению процесса. Использование транзакционных данных позволяет сделать диагностику процессов менее зависимой от субъективных экспертных оценок [5].

Вместе с тем констатация фактических маршрутов и локализация узких мест составляют описательный этап исследования, который не отвечает на вопрос о том, как именно следует реорганизовать систему для достижения заданных показателей эффективности. Вмешательство в работающий бизнес-процесс с целью проверки гипотез связано с неприемлемыми операционными рисками и финансовыми потерями [6]. В этих условиях необходимым инструментом верификации структурных изменений выступает аппарат имитационного моделирования, обеспечивающий создание изолированной вычислительной среды для проведения сценарных экспериментов. Калибровка

параметров стохастических имитационных моделей на основе статистических характеристик, полученных методами интеллектуального анализа, включая эмпирические распределения временных интервалов, вероятности ветвления маршрутов и профили загрузки ресурсов, обеспечивает воспроизведение основных закономерностей поведения исходной системы [7].

Интеграция методов извлечения фактических топологий из массивов событийных данных и аппарата дискретно-событийного моделирования образует замкнутую аналитическую систему, способную обеспечить математическую строгость при поиске оптимальных конфигураций процессов документооборота и сервисного обслуживания. Совместное применение указанных подходов снижает влияние субъективных экспертных оценок и позволяет проверять управленческие решения до их внедрения в корпоративную инфраструктуру. В рамках настоящего исследования ставится задача разработки формализованного механизма сопряжения алгоритмов обнаружения процессов с параметрами имитационных моделей, что создаст теоретико-методологическую базу для автоматизированной диагностики узких мест и оценки сценариев реинжиниринга.

Управление операционной деятельностью современных предприятий все чаще опирается на процессный подход, предполагающий стандартизацию и регламентацию потоков работ. Классическая парадигма менеджмента качества предписывает проектировать идеализированные графы функций, базируясь на экспертных интервью и нормативной документации. Подобная практика порождает разрыв между предписывающей архитектурой и фактической траекторией движения документов [8], [9]. Как отмечают А. С. Набоков и соавторы, развитие процессного управления предполагает переход к анализу, основанному на объективных цифровых следах [10]. Интеллектуальный анализ данных о событиях сформировался как связующее звено между наукой о данных и процессной инженерией, предоставляя инструментарий для реконструкции подлинной топологии потоков на основе журналов событий [11].

Несмотря на высокую степень проработки алгоритмов обнаружения моделей, таких как эвристический и индуктивный майнеры, значительный массив исследований ограничивается описательной и диагностической аналитикой. Выявление узких мест и петель повторной обработки позволяет установить наличие неэффективности, однако само по себе не дает формализованных рекомендаций по структурной перестройке системы. Вмешательство в систему документооборота связано с неприемлемыми операционными рисками, что делает аппарат дискретно-событийного имитационного моделирования безальтернативной средой для верификации гипотез [12], [13]. Вместе с тем проблема автоматизированного преобразования стохастических сетей Петри, извлеченных из разнородных баз данных, в калиброванные имитационные модели с последующей эволюционной оптимизацией изучена лишь фрагментарно. Существующие разрозненные подходы не образуют единой процедуры, обеспечивающей согласование показателей имитационной модели с эмпирическими распределениями до начала генетического поиска, что обуславливает необходимость настоящего исследования.

Методология исследования. Эмпирическую базу работы составили массивы транзакционных данных, выгруженные из системы электронного документооборота крупного машиностроительного холдинга. Объектом анализа выбран процесс многоступенчатого согласования договоров с контрагентами, критичный для обеспечения непрерывности цепочек поставок. Сформированный журнал событий включает 5412 уникальных экземпляров, охватывающих двенадцатимесячный период, и содержит более 87 тысяч записей с атрибутами временных меток, идентификаторов исполнителей и ролей. Предварительная фильтрация позволила исключить аномальные выбросы, вызванные техническими сбоями интеграционных шин и ручными корректировками справочников.

На этапе реконструкции топологии потоков был проведен сравнительный

анализ двух доминирующих алгоритмов. Эвристический майнер, обладая высокой устойчивостью к стохастическому шуму, сгенерировал граф с избыточной плотностью ребер, что существенно снизило читаемость схемы и затруднило последующую формализацию. Индуктивный майнер обеспечил построение строго блочно-структурированной сети Петри, гарантирующей отсутствие тупиковых состояний. Качество полученной модели оценивалось по четырем критериям: степень воспроизведения журнала событий составила 0,94, точность - 0,88, способность к обобщению - 0,82, а структурная простота была обеспечена за счет фильтрации вариантов поведения с частотой не более 5%.

Для перехода к динамическому анализу выявленная сеть Петри была транслирована в среду имитационного моделирования AnyLogic. Параметризация модели основывалась на эмпирических функциях распределения: для длительности операций использовались логнормальное и гамма-распределения, а интервалы поступления заявок описывались нестационарным пуассоновским потоком с выраженной суточной сезонностью. Валидация адекватности синтетической среды осуществлялась посредством двухвыборочного критерия Колмогорова-Смирнова. Сопоставление теоретических и фактических кумулятивных функций распределения времени цикла, а также длин очередей на этапах юридической и финансовой экспертизы, подтвердило нулевую гипотезу о принадлежности выборок к одному закону при уровне значимости 0,05.

Поиск оптимальной конфигурации ресурсов формулировался как задача нелинейного программирования. Целевая функция задавалась как минимизация 90-ого перцентиля времени цикла при жестком ограничении на общий фонд оплаты труда. В качестве переменных оптимизации выступали матрицы перераспределения ролей, возможность распараллеливания независимых экспертиз и пороги автоматической эскалации. Решение задачи осуществлялось методом имитационной оптимизации на базе генетического алгоритма, где каждая хромосома кодировала специфическую архитектуру маршрутизации и

ресурсного обеспечения.

Результаты исследования. Диагностический этап выявил системную проблему в процессе согласования. Тепловая карта задержек, наложенная на граф процесса, показала наибольшую концентрацию времени ожидания на этапах проверки службой безопасности и финансового контроля. Ресурсный анализ показал, что при средней загрузке профильных специалистов на уровне 65% локальные пики поступления заявок формируют заторы, провоцирующие массовые возвраты документов инициаторам на доработку. Доля циклов повторного согласования достигала 34%, что существенно увеличивало среднее время цикла.

Эволюционный поиск в пространстве имитационных сценариев потребовал 450 итераций генетического алгоритма до достижения устойчивой сходимости. В результате была получена конфигурация процесса со структурными изменениями. Устранена жесткая последовательная зависимость между технической и коммерческой экспертизами, чтобы запускать их параллельно сразу после этапа первичной регистрации. Алгоритм изменил распределение ресурсов: количество сотрудников на этапе формальной проверки было сокращено, а численность юридических аналитиков увеличена за счет обучения сотрудников смежным функциям.

Показатели функционирования системы до и после внедрения оптимизационных воздействий систематизированы в таблице 1.

Таблица 1 - Сравнительная характеристика метрик процесса согласования договоров

Метрика эффективности	Фактическое состояние (As-Is)	Оптимизированная модель (To-Be)	Динамика
Среднее время цикла, дни	14,2	8,7	-38,7%
90-ый перцентиль цикла, дни	28,5	13,1	-54,0%
Пропускная способность, ед./мес	450	610	+35,5%

Доля возвратов на доработку, %	34,0	12,5	-63,2%
Коэффициент загрузки узкого места	0,96	0,81	Снижение риска заторов

Источник: разработано автором.

Интерпретация полученных данных свидетельствует о том, что сокращение хвоста распределения оказалось значительно более выраженным, чем снижение математического ожидания. Это объясняется тем, что параллелизация процедур и выравнивание нагрузки нивелировали влияние стохастических пиков, которые ранее вызывали каскадные задержки во всей цепи.

Обсуждение результатов исследования. Предложенный подход демонстрирует высокую применимость при решении задач реинжиниринга административных процессов. Интеграция алгоритмов индуктивного обнаружения с процедурами стохастической симуляции позволяет преодолеть когнитивные искажения, свойственные традиционным методам нормирования. В частности, эмпирическое доказательство того, что распараллеливание экспертиз устраняет искусственные простои, опровергает укоренившиеся в корпоративной культуре стереотипы о строгой последовательности виз [14].

Ограничением разработанного подхода следует признать допущение о стационарности поведенческих паттернов исполнителей. В реальных организационных системах внедрение новых маршрутов может спровоцировать адаптивную реакцию персонала, не отраженную в исторических логах. Перспективы дальнейших исследований связаны с включением в имитационные модели агентного компонента, чтобы моделировать когнитивную усталость и изменение мотивации сотрудников при изменении систем стимулирования. Тем не менее, доказанная валидность дискретно-событийных конструкций, калиброванных по журналам событий, формирует надежный фундамент для принятия управленческих решений в условиях неопределенности и ресурсных ограничений, что полностью отвечает требованиям, предъявляемым к

исследованиям в области управления организационными системами.

Выводы. Проведенное исследование подтверждает гипотезу о том, что синтез алгоритмов индуктивного извлечения топологий и аппарата дискретно-событийной симуляции образует надежный методологический каркас для реинжиниринга административных потоков. Трансляция стохастических сетей Петри, реконструированных по цифровым следам корпоративных информационных систем, в калиброванные имитационные среды позволяет нивелировать когнитивные искажения, неизбежно возникающие при умозрительном нормировании трудоемкости. Достигнутое в ходе эволюционного поиска сокращение хвоста распределения временных характеристик свидетельствует о том, что оптимизационные воздействия должны быть направлены на устранение структурных дисфункций, порождающих каскадные задержки и петли переделок. Формализованный механизм сопряжения эмпирических журналов событий с параметрами ресурсного обеспечения доказал свою состоятельность при решении задач минимизации времени цикла в условиях жестких бюджетных ограничений.

Практическое применение разработанного подхода ограничено особенностями исходных эмпирических данных. Достоверность генерируемых архитектурных решений критически зависит от степени зрелости учетной инфраструктуры предприятия. В контексте концепции интернета событий транзакционные записи часто подвержены влиянию факторов, снижающих их истинность: пропуски временных меток при сбоях интеграционных шин, отсутствие атрибутов исполнителей в случаях ручного обхода регламентов, а также агрегирование нескольких элементарных действий в единую системную операцию. Подобная деградация гранулярности журналов неизбежно приводит к генерации зашумленных моделей, что вынуждает прибегать к эвристической фильтрации на этапе предварительной подготовки. Отсутствие фиксации неформальных коммуникаций и теневых маршрутов согласования оставляет за рамками математической конструкции значительный пласт организационной

реальности, способный исказить прогнозные оценки пропускной способности узлов.

Дальнейшее развитие предложенного инструментария видится в смещении фокуса на предиктивную аналитику, функционирующую в режиме реального времени. Интеграция обнаруженных процессных графов с методами машинного обучения открывает перспективы для конструирования алгоритмов, способных прогнозировать оставшееся время завершения конкретного экземпляра процесса еще на ранних стадиях его жизненного цикла. Подобная трансформация переводит систему управления из реактивного состояния в проактивное: при выявлении вероятностных маркеров надвигающегося нарушения соглашений об уровне обслуживания система получает возможность инициировать превентивную эскалацию или динамическое перераспределение ресурсного пула до момента фактического возникновения затора.

Перспективные исследования будут сосредоточены на проектировании гибридных вычислительных архитектур, сочетающих строгость формальных методов верификации с адаптивностью статистических предикторов, что отвечает вызовам, стоящим перед современной теорией управления сложными организационно-техническими комплексами.

Список литературы

1. Приходько О. Л. Реинжиниринг бизнес-процессов в транспортной компании: концептуальная модель трансформации в условиях цифровизации // Вестник евразийской науки. – 2025. – Т. 17. – №. 2S. – С. 70.
2. Морковкин Д. Е., Шихалиева Д. С., Алеева Г. И., Петрусевич Т. В. Развитие механизмов принятия управленческих решений на основе технологий искусственного интеллекта и больших данных // Вестник евразийской науки. – 2025. – Т. 17. – №. 1S. – С. 68.
3. Михеев В. С. Математическое моделирование информационных потоков в условиях цифровой трансформации // Экономика и управление. – 2026. – Т. 32. – №. 5. – С. 659-671.

4. Долгова О. И., Никитаева А. Ю. Имитационное моделирование бизнес-процессов промышленных компаний в условиях Индустрии 4.0 // *π-Economy*. – 2023. – Т. 16. – №. 4. – С. 26-40.
5. Брусакова И. А. Имитационное моделирование бизнес-процессов для цифровых двойников // *Петербургский экономический журнал*. – 2023. – №. 1. – С. 51-61.
6. Егоров Д. С. Модель и механизм оптимизации бизнес-процессов в проектно-изыскательской деятельности на основе цифровых решений // *Естественно-гуманитарные исследования*. – 2025. – №. 3 (59). – С. 800-808.
7. Козлова В. В. Оптимизация бизнес-процессов с применением технологий искусственного интеллекта // *Вестник евразийской науки*. – 2025. – Т. 17. – №. 2S. – С. 39.
8. Мещерякова Т. С., Арсаханова З. А., Бровкин А. В., Шамухаметова Е. С., Боков Ю. А. Разработка интеллектуальной системы управления процессами добычи и обогащения угля на основе технологий искусственного интеллекта и промышленного интернета вещей // *Уголь*. – 2024. – Т. 1187. – №. 12. – С. 89-98.
9. Першин Я. Р., Будкина Е. С. Цифровизация финансового менеджмента организации: интеграция технологий распределенного реестра и искусственного интеллекта в процессы управления финансами // *Вестник евразийской науки*. – 2024. – Т. 16. – №. 6. – С. 42.
10. Набоков А. С., Булавский П. Е., Марков Д. С. Анализ и моделирование процессов проектирования систем железнодорожной автоматики и телемеханики // *Автоматика на транспорте*. – 2025. – Т. 11. – №. 2. – С. 164-177.
11. Понкратов-Вайсман Б. Д. Качество данных в процессах материально-технического обеспечения и адаптация методологии CRISP-DM // *Экономика и управление*. – 2025. – Т. 31. – №. 4. – С. 538-552.
12. Добренко Н. В., Бабан В. Ю., Чернышева А. В., Говоров А. И. Разработка интегрированной панели управления жизненным циклом моделей машинного обучения для ИТ-организаций с распределенной инфраструктурой // *Экономика*.

Право. Инновации. – 2025. – Т. 13. – №. 4. – С. 83-100.

13. Добриневский А. В. Разработка моделей прогнозирования и управления для автоматизированных производственных систем // Хлебопечение России. – 2024. – Т. 68. – №. 2. – С. 76-87.

14. Глинянов С. В. Анализ потенциала и ограничений использования технологии цифровых двойников в оптимизации цепочек поставок в секторе розничной торговли // Хлебопечение России. – 2024. – Т. 68. – №. 2. – С. 127-135.

References

1. Prihod'ko O. L. Reinzhiniring biznes-processov v transportnoj kompanii: konceptual'naya model' transformacii v usloviyax cifrovizacii // Vestnik evrazijskoj nauki. – 2025. – Т. 17. – №. 2S. – S. 70.

2. Morkovkin D. E., Shixalieva D. S., Aleeva G. I., Petrusevich T. V. Razvitie mexanizmov prinyatiya upravlencheskix reshenij na osnove texnologij iskusstvennogo intellekta i bol'shix danny'x // Vestnik evrazijskoj nauki. – 2025. – Т. 17. – №. 1S. – S. 68.

3. Mixeev V. S. Matematicheskoe modelirovanie informacionny'x potokov v usloviyax cifrovoj transformacii // E'konomika i upravlenie. – 2026. – Т. 32. – №. 5. – S. 659-671.

4. Dolgova O. I., Nikitaeva A. Yu. Imitacionnoe modelirovanie biznes-processov promy'shlenny'x kompanij v usloviyax Industrii 4.0 // π -Economy. – 2023. – Т. 16. – №. 4. – S. 26-40.

5. Brusakova I. A. Imitacionnoe modelirovanie biznes-processov dlya cifrovy'x dvojniov // Peterburgskij e'konomicheskij zhurnal. – 2023. – №. 1. – S. 51-61.

6. Egorov D. S. Model' i mexanizm optimizacii biznes-processov v proektno-izy'skatel'skoj deyatel'nosti na osnove cifrovy'x reshenij // Estestvenno-gumanitarny'e issledovaniya. – 2025. – №. 3 (59). – S. 800-808.

7. Kozlova V. V. Optimizaciya biznes-processov s primeneniem texnologij iskusstvennogo intellekta // Vestnik evrazijskoj nauki. – 2025. – Т. 17. – №. 2S. – S. 39.

8. Meshheryakova T. S., Arsaxanova Z. A., Brovkin A. V., Shamuxametova E. S., Bokov Yu. A. Razrabotka intellektual'noj sistemy` upravleniya processami doby`chi i obogashheniya uglya na osnove texnologij iskusstvennogo intellekta i promy`shlennogo interneta veshhej // Ugol`. – 2024. – T. 1187. – №. 12. – S. 89-98.
9. Pershin Ya. R., Budkina E. S. Cifrovizaciya finansovogo menedzhmenta organizacii: integraciya texnologij raspredelennogo reestra i iskusstvennogo intellekta v processy` upravleniya finansami // Vestnik evrazijskoj nauki. – 2024. – T. 16. – №. 6. – S. 42.
10. Nabokov A. S., Bulavskij P. E., Markov D. S. Analiz i modelirovanie processov proektirovaniya sistem zheleznodorozhnoj avtomatiki i telemexaniki // Avtomatika na transporte. – 2025. – T. 11. – №. 2. – S. 164-177.
11. Ponkratov-Vajsman B. D. Kachestvo danny`x v processax material`no-texnicheskogo obespecheniya i adaptaciya metodologii CRISP-DM // E`konomika i upravlenie. – 2025. – T. 31. – №. 4. – S. 538-552.
12. Dobrenko N. V., Baban V. Yu., Cherny`sheva A. V., Govorov A. I. Razrabotka integrirovannoj paneli upravleniya zhiznenny`m ciklom modelej mashinnogo obucheniya dlya IT-organizacij s raspredelennoj infrastrukturoid // E`konomika. Pravo. Innovacii. – 2025. – T. 13. – №. 4. – S. 83-100.
13. Dobrinevskij A. V. Razrabotka modelej prognozirovaniya i upravleniya dlya avtomatizirovanny`x proizvodstvenny`x sistem // Xlebopechenie Rossii. – 2024. – T. 68. – №. 2. – S. 76-87.
14. Glinyanov S. V. Analiz potenciala i ogranichenij ispol`zovaniya texnologii cifrovy`x dvojnikov v optimizacii cepochek postavok v sektore roznichnoj trgovli // Xlebopechenie Rossii. – 2024. – T. 68. – №. 2. – S. 127-135.

Статья поступила в редакцию 10.02.2026; одобрена после рецензирования 07.04.2026; принята к публикации 14.05.2026.

The article was submitted 10.02.2026; approved after reviewing 07.04.2026; accepted for publication 14.05.2026.

CONTENTS

2.3.1. System Analysis, information management and Processing, statistics (technical sciences).....	10
Zhivet'ev A.V., Klimachev S. A. IDENTIFICATION OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS WITH DATA GAPS BASED ON THE UNIFIED PROBABILISTIC MODEL "STATE SPACE + RECURRENT NETWORK"	10
Dmitryuk T. G., Maksyutin A. S. MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION OF THE STRUCTURE OF A FAULT-TOLERANT CONTROL SYSTEM UNDER INTERVAL UNCERTAINTY	28
Vlasenko M. Yu., Bolshakova S. A. BAYESIAN ESTIMATION OF PARAMETERS OF DISTRIBUTED CONTROL SYSTEMS WITH SPATIAL CORRELATION AND IDENTIFIABILITY ANALYSIS	56
Naryshkin K. V. STATISTICAL MODELS OF ANOMALY DETECTION IN FLOW DATA OF INDUSTRIAL SYSTEMS BASED ON SLIDING WINDOWS	74
Sherstnev P. A. ROBUST H_{∞} - CONTROL OF SYSTEMS WITH VARIABLE DELAY: NEW LYAPUNOV-KRASOVSKY FUNCTIONAL AND REDUCED CONSERVATISM.....	96
2.3.3. Automation and control of technological processes and productions (technical sciences).....	114
Ignatiev M. A. PREDICTIVE CONTROL OF THE TEMPERATURE REGIME OF A TUBULAR REACTOR TAKING INTO ACCOUNT DISTRIBUTED PARAMETERS	114
Klimov V. V., Kazarinov A.V. ADAPTIVE CONTROL OF ARC WELDING CURRENT WITH REFERENCE MODEL.....	130
2.3.4. Management in Organizational Systems (technical sciences)	147
Perfilyev A. A., Popov E. I. ROBUST PROJECT PLANNING IN ORGANIZATIONAL SYSTEMS UNDER RESOURCE UNCERTAINTY	147
Al Nasrawi F. H. GROUP DECISION MAKING IN ORGANIZATIONAL HIERARCHIES USING THE NETWORK ANALYSIS METHOD WITH CONFLICTING EXPERT ASSESSMENTS	171
Reshetnikova N. V. OPTIMIZATION OF BUSINESS PROCESSES OF ORGANIZATIONAL SYSTEMS BASED ON INTELLIGENT PROCESS ANALYSIS AND SIMULATION	188